

Dottorato di Ricerca in Fisica

PERCORSI NELLA FISICA

ONDE GRAVITAZIONALI...

Cosa sono, perché cercarle e come rivelarle
oggi e nel prossimo futuro

Helios Vocca, Perugia 3 Maggio 2002

Fisica Newtoniana:
lo spazio è una griglia rigida di coordinate cartesiane

La Relatività Generale rifiuta questa immagine
Lo spazio diventa un mezzo dinamico e deformabile,
unito al tempo nello spazio-tempo a 4D
Tutte le dimensioni sono lunghezze (il tempo è una distanza luce)
 $c = \text{cost.}$

- La gravità è legata alle caratteristiche geometriche dello spazio-tempo
- *“La materia dice allo spazio come curvarsi, lo spazio dice alla materia come muoversi”*

La Metrica di Minkowski

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = \underline{\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu}$$

intervallo

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Descrive uno spazio-tempo piatto

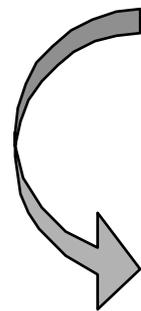
La Metrica

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

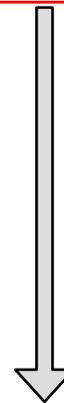
metrica

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(x^\alpha)$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{01} & g_{02} & g_{03} \\ g_{10} & g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{20} & g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{30} & g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}$$

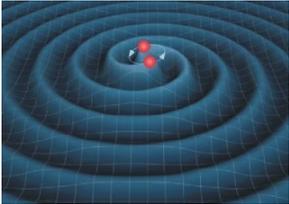


Spazio-tempo curvo, in generale



Equazioni di Einstein

“geometria” $\mathbf{G} = k \mathbf{T}$ *“materia-energia”*


$$k = \frac{8\pi G}{c^4} = \underline{2.08 \cdot 10^{-43}} \text{ N}^{-1}$$

Analoga all'equazione: $\hat{\sigma} = E \varepsilon$

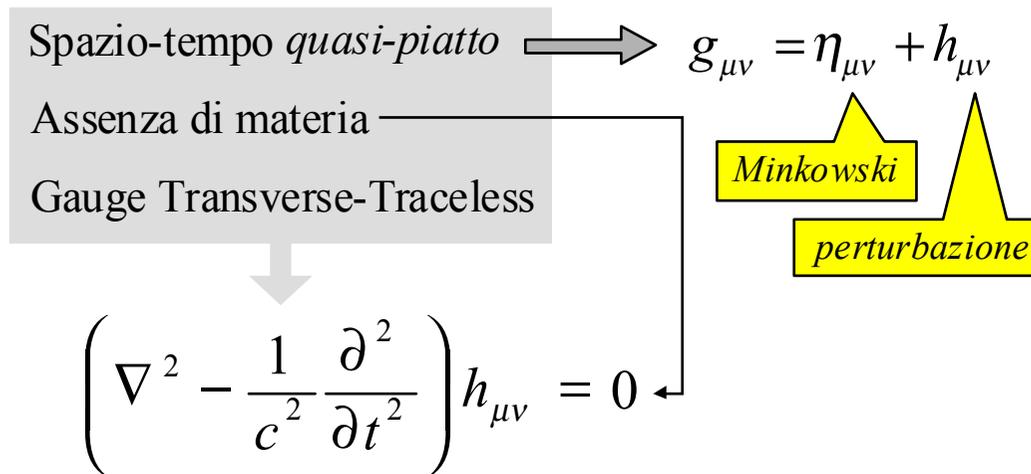
stress *strain*

E=modulo di Young

- Lo spazio-tempo è un mezzo elastico
- Lo spazio-tempo ha una rigidità estremamente elevata

(Si è passati da uno spazio-tempo infinitamente rigido ad uno estremamente rigido)

Onde Gravitazionali

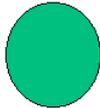


Le equazioni di Einstein assumono la forma di EQUAZIONI D'ONDA

Polarizzazione

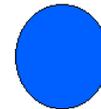
$$\hat{h}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & -a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{h}_+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

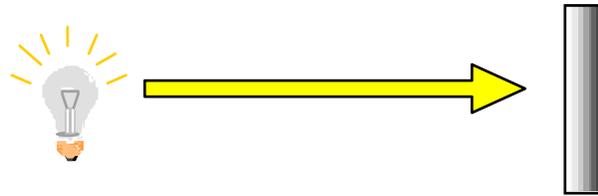


$$h = a \hat{h}_+ + b \hat{h}_\times$$

$$\hat{h}_\times = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Onde Gravitazionali (2)



$$\begin{aligned}\underline{ds^2 = 0} &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\ &= (\eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}) dx^\mu dx^\nu \\ &= -c^2 dt^2 + (1 + h_{11}) dx^2 \longrightarrow dx \rightarrow dx \cdot \left(1 + \frac{1}{2} h_{11}\right)\end{aligned}$$

La distanza fra *masse libere* varia quindi secondo:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{h}{2}$$

Radiazione Gravitazionale

- Masse in moto accelerato emettono energia sotto forma di *onde gravitazionali*.
- La radiazione emessa può essere espressa in termini di un *potenziale ritardato*.
- Nei casi di interesse è possibile utilizzare *l'espansione multipolare* del campo.

Radiazione Gravitazionale (2)

- Monopolo
- Dipolo
- Quadrupolo

$$\int dV \rho(\vec{r}) = \text{cost}$$

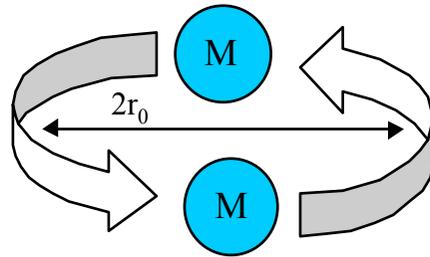
$$d_g \equiv \int dV \rho(\vec{r}) \vec{r} \Rightarrow \dot{d}_g = \text{cost}$$

$$\mu_g \equiv \int dV \rho(\vec{r}) \vec{r} \times \vec{v}(r) = \text{cost}$$

Conservazione energia-impulso

$$I_{\mu\nu} = \int dV \left(x_\mu x_\nu - \frac{1}{3} \delta_{\mu\nu} r^2 \right) \rho(\vec{r}) \Rightarrow h_{\mu\nu} = \frac{2G}{Rc^4} \ddot{I}_{\mu\nu}$$

Radiazione gravitazionale (3)



$$\begin{aligned}
 M &= 3 \cdot 10^{30} \text{ kg} = 1.4 M_S \\
 r_0 &= 20 \text{ km} \\
 f_{\text{orb}} &= 400 \text{ Hz} \\
 R &= 15 \text{ Mpc} \approx 4.5 \times 10^{23} \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 h_{xx} = -h_{yy} = \frac{32\pi^2 G}{Rc^4} M r_0^2 f_{\text{orb}} \cos 2(2\pi f_{\text{orb}})t \\
 h_{xy} = h_{yx} = -\frac{32\pi^2 G}{Rc^4} M r_0^2 f_{\text{orb}} \sin 2(2\pi f_{\text{orb}})t
 \end{cases}$$

VIRGO
Cluster

$$h \equiv |h_{\mu\nu}| \approx \frac{r_{s1} r_{s2}}{r_0 R} \approx \underline{10^{-21}}$$

Sorgenti Astronomiche

- **Periodiche:**
 - Stelle di neutroni binarie (periodo in genere troppo lungo per l'osservazione terrestre)
 - Pulsar (asimmetrie nella distribuzione di massa, frequenze nel range 1-1000 Hz, Granchio)

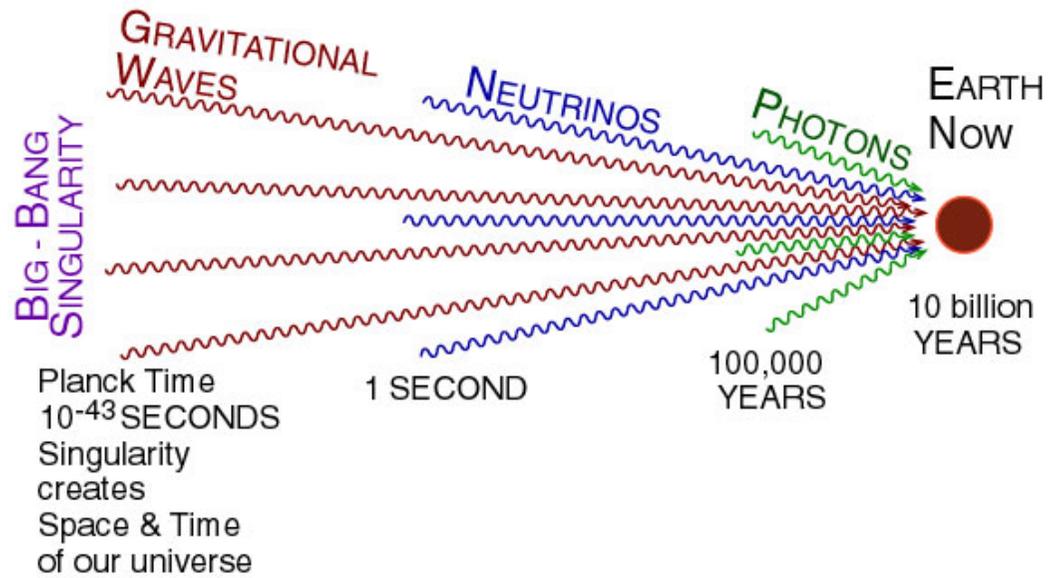
Sorgenti Astronomiche

- **Impulsive:**
 - Binarie coalescenti (*chirp*, $h \approx 10^{-21}$ a 1 kHz per una sorgente nell'ammasso della Vergine)
 - Supernovae di Tipo II (asimmetrie e “rimbalzi” durante il collasso gravitazionale, qualche evento all'anno con $h \approx 10^{-21}$)
 - Black Holes (collasso gravitazionale e coalescenza)

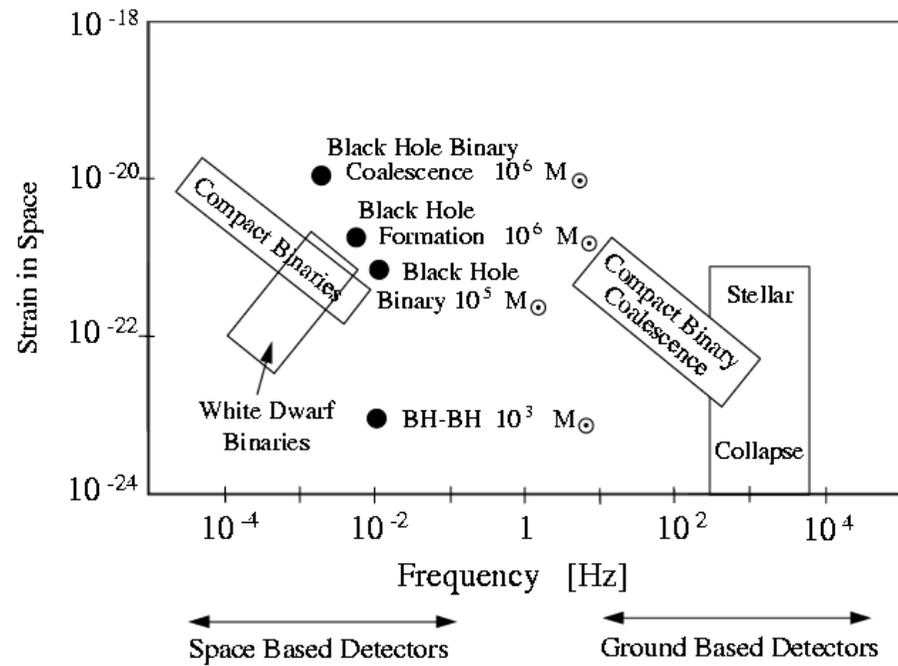
- **Background Stocastico**



The First One Second of Universe's Life



Segnali aspettati teoricamente



Conferme Sperimentali

- Pulsar Binaria PSR1913+16 (Hulse e Taylor, 1974)
- Emette impulsi radio molto regolari (periodo stabile entro $50 \mu\text{s}$ su 20 anni!) il cui tempo di arrivo sulla Terra può essere misurato con estrema precisione.
- Parametri orbitali noti con elevata accuratezza ($e = 0.6171$, $v_{\text{max}} \approx 400 \text{ km/s}$).
- Si osserva un sistematico *phase-shift* orbitale (10 secondi in 15 anni) che aumenta *quadraticamente* al passare del tempo.
- Il fenomeno è in eccellente accordo con quanto calcolato dalla *perdita di energia per irraggiamento gravitazionale*.

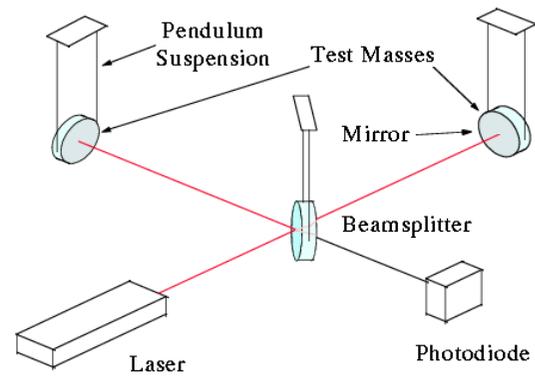
Ground-Based Detector

I detector a terra per onde gravitazionali si dividono in due branche principali:

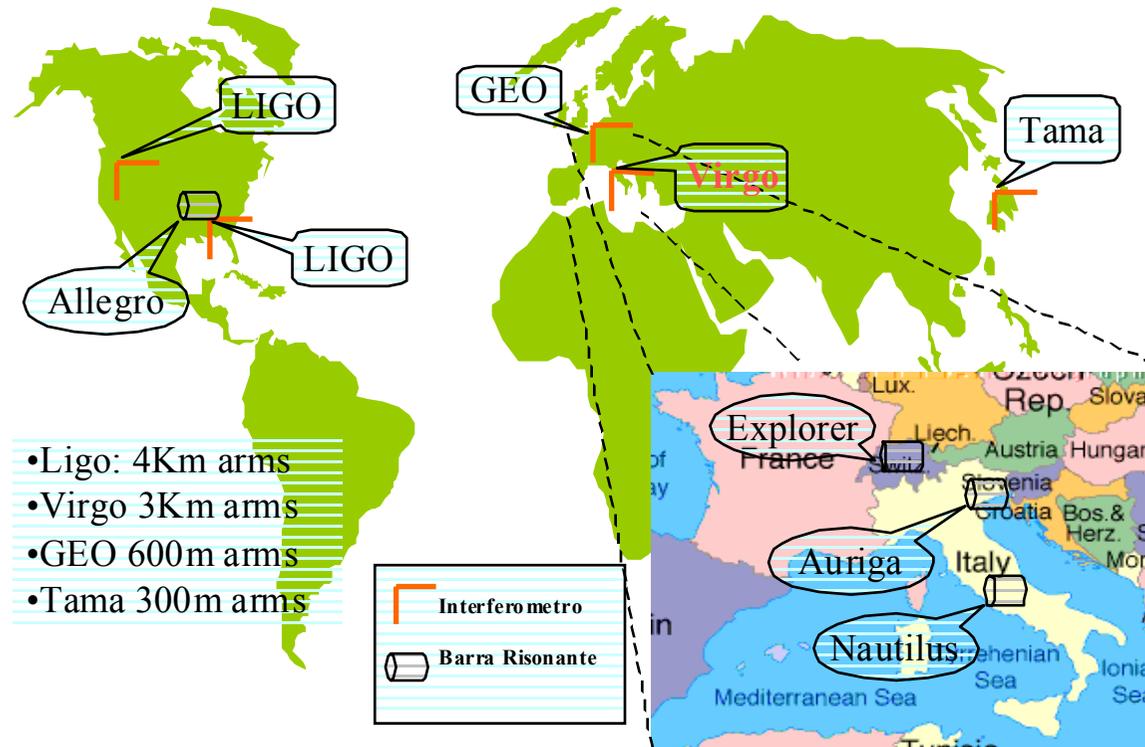
Barre risonanti



Interferometri



Detectors per Onde Gravitazionali



Barra Risonante

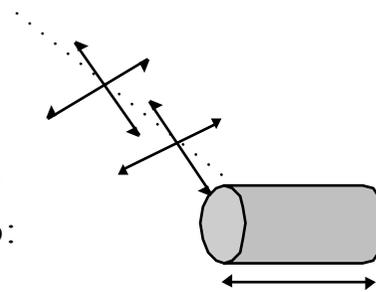
Principio di Funzionamento

- Le onde gravitazionali non causano effetti misurabili (=accelerazione) su una singola massa isolata
- Esse vengono “sentite” come una forza di trazione o compressione su coppie di masse o oggetti estesi.

$$F_{GW} = \frac{1}{2}mL \frac{\partial^2 h_{11}}{\partial t^2}$$

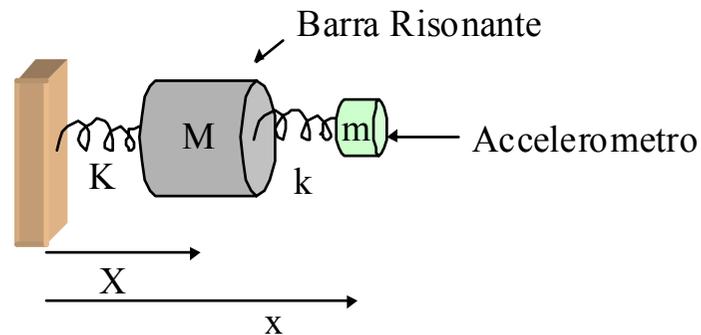
- L'onda gravitazionale mette in risonanza la barra che per il suo Q elevato oscilla per un lungo tempo: integrando l'rms del rumore diventa

$$n(f_0) \sqrt{\frac{f_0}{Q}}$$



Barre risonanti: Modello

- Modello semplificato



- Equazioni del moto:

$$m\ddot{x} = -k(x - X)$$

$$M\ddot{X} = -KX + k(x - X)$$

- Ipotesi:
"Accordiamo il trasduttore sulla barra"

$$k = \alpha K \quad m = \alpha M \quad \alpha \ll 1$$

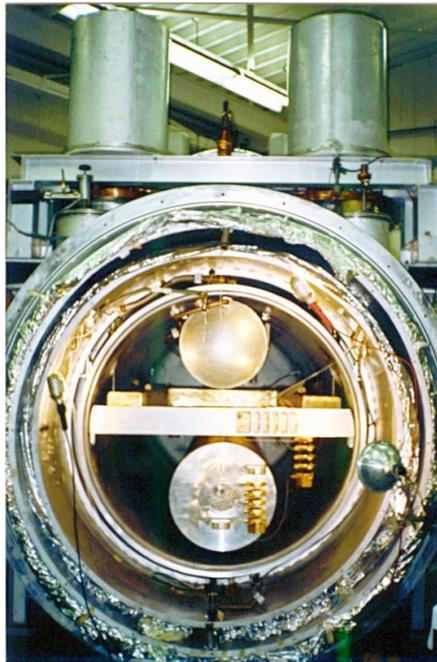
$$f_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$$

$$f_i = f_0$$

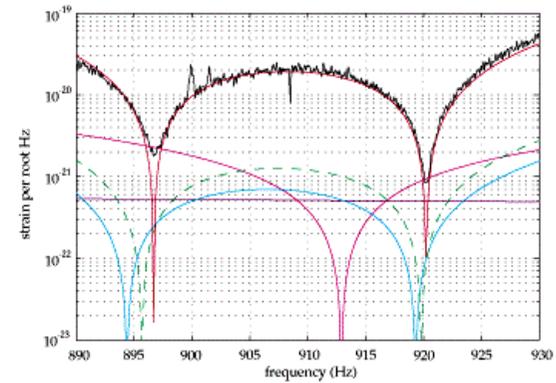
- Il sistema presenta due modi normali con frequenze vicine che fanno battimento. Il trasduttore si muove con massima ampiezza:

$$x = \pm \frac{X}{\sqrt{\alpha}}$$

Curva di sensibilità per una barra: (ALLEGRO)



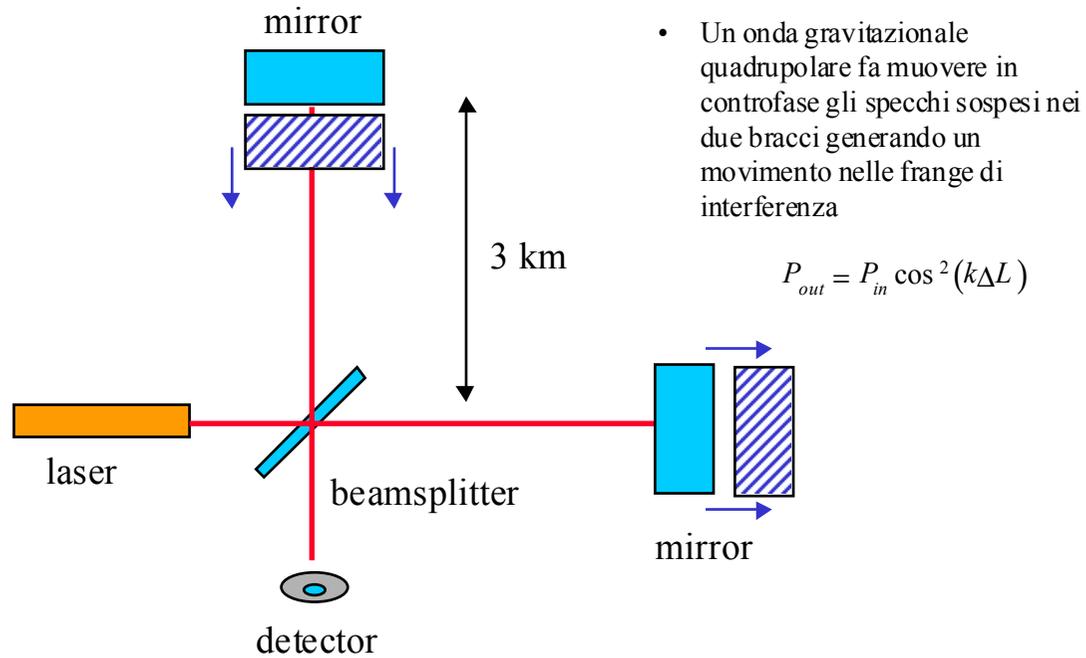
Measured Strain Noise Spectral Density of ALLEGRO



Measured strain noise spectral density of ALLEGRO and the various noise contributions which are predicted from the noise model of the detector.
— Measured total noise, — antenna brownian, — transducer brownian,
— transducer electrical loss, — SQUID white noise, — SQUID back action.

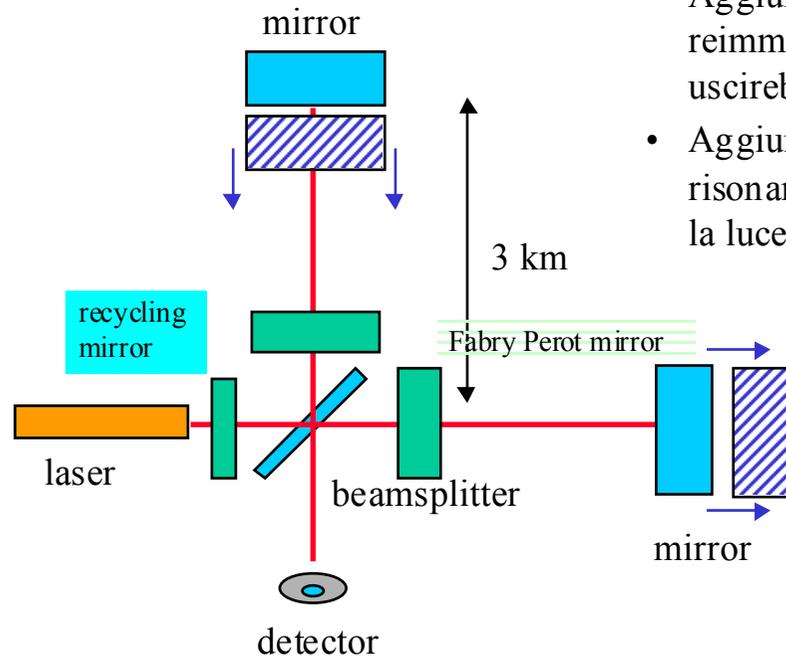
Interferometro

Principio di funzionamento



Interferometri Fabry-Perot per GW

- Schema di Virgo:

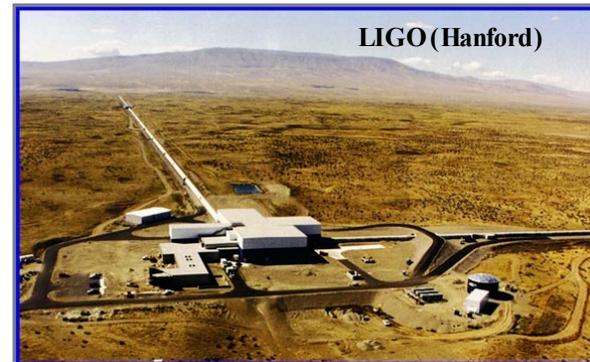


- Aggiunta di uno specchio che reimmette la luce che uscirebbe dalla “input port”
- Aggiunta di due cavità risonanti che immagazzinano la luce

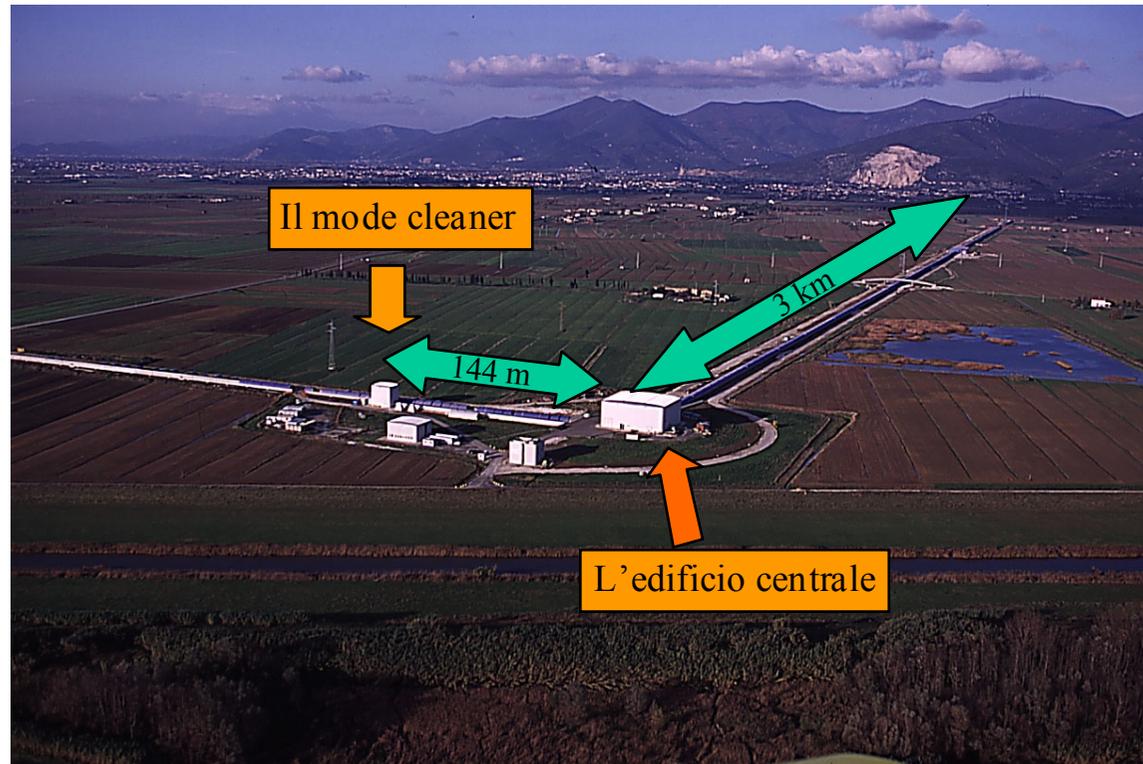
- Aggiunta di ulteriore ottica (non in figura) per ripulire i modi

Interf. per GW: Noise factory

- Rumore sismico
 - Ridotto tramite una cascata di stadi di smorzamento
- Thermal Noise
 - Aumento del fattore di merito dell'ultimo stadio di sospensione
- Shot Noise
 - Aumento della potenza del laser, Fabry-Perot, Riciclaggio della luce
- Radiazione di Pressione
 - Ogni fotone che urta uno specchio trasferisce ad esso una certa quantità di moto
- Rumore Newtoniano
 - Consiste nella variazione del campo gravitazionale statico indotto dal rumore sismico
- Creep Noise
 - Dato dall'allungamento anelastico e repentino dei materiali di sospensione

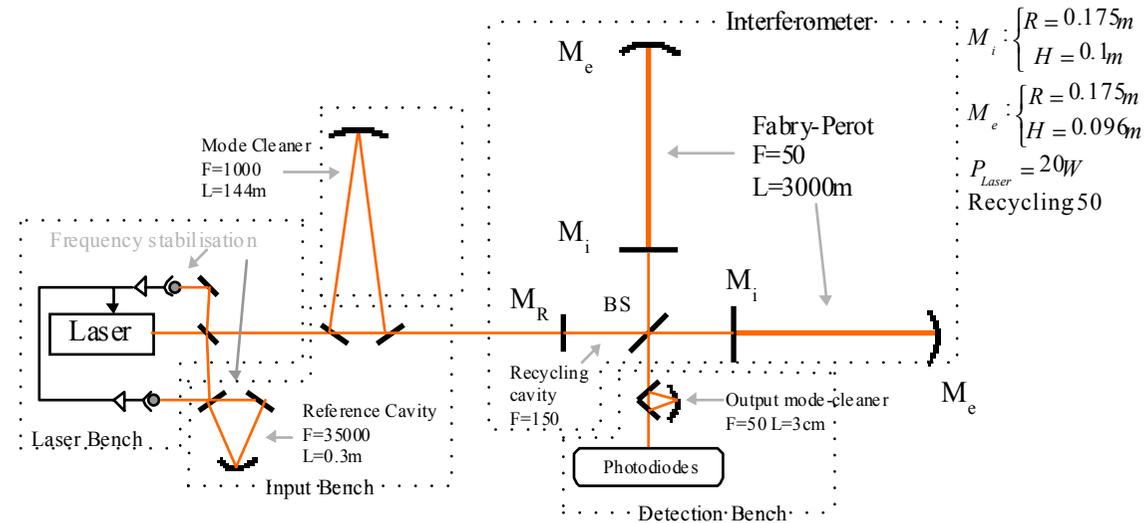


Virgo

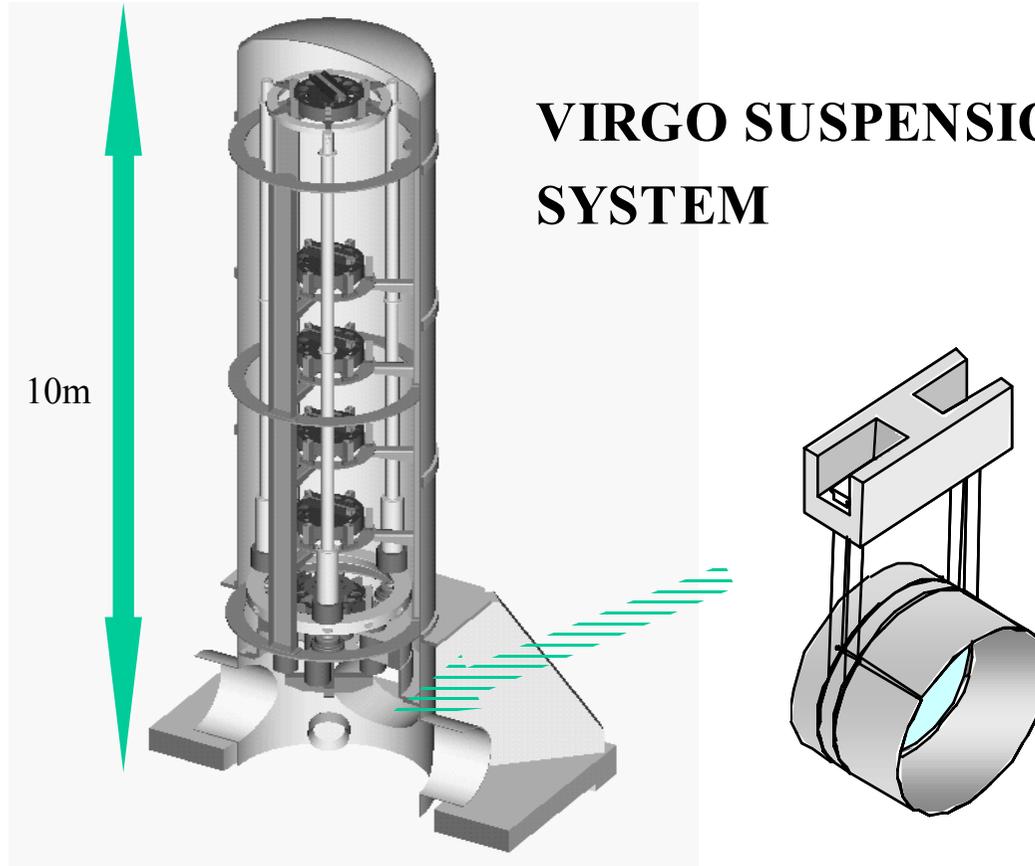


The Virgo Detector

- A Michelson interferometer with 3km Fabry-Perot cavities



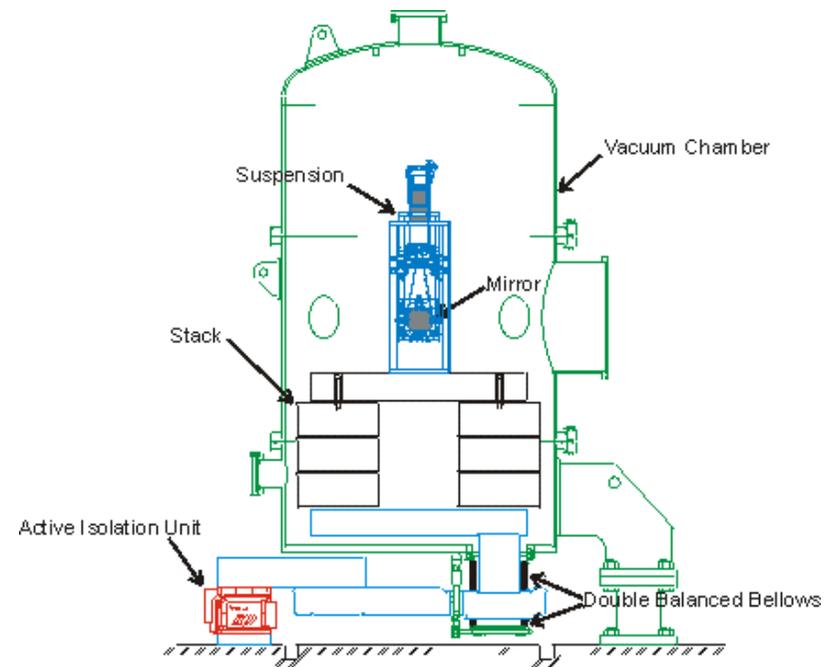
VIRGO SUSPENSION SYSTEM



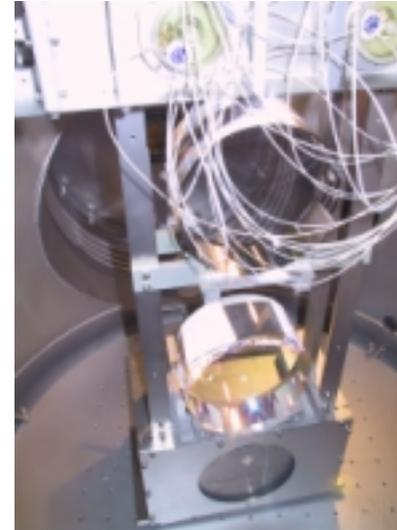
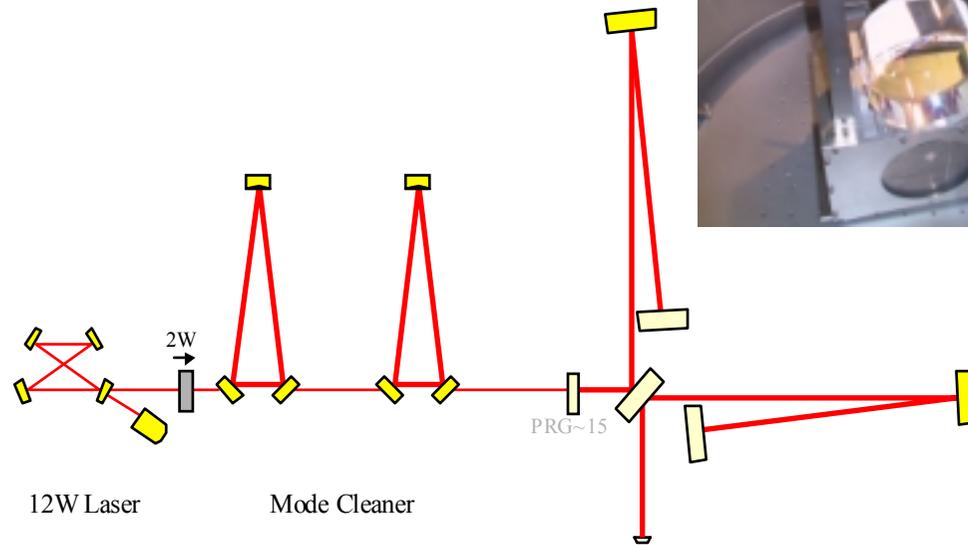
LIGO suspension system



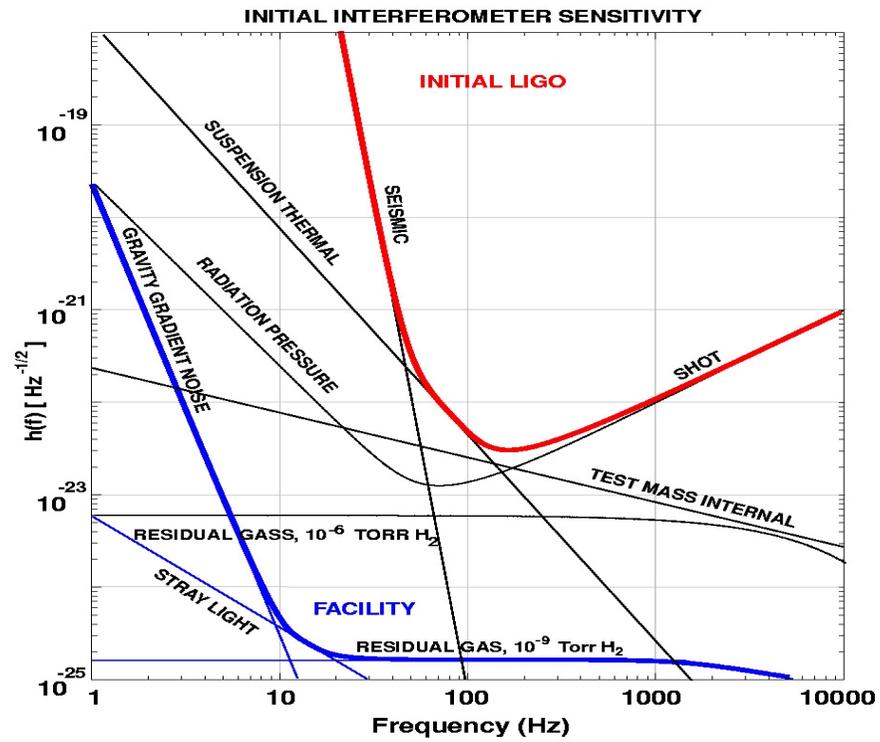
TAMA300 suspension system



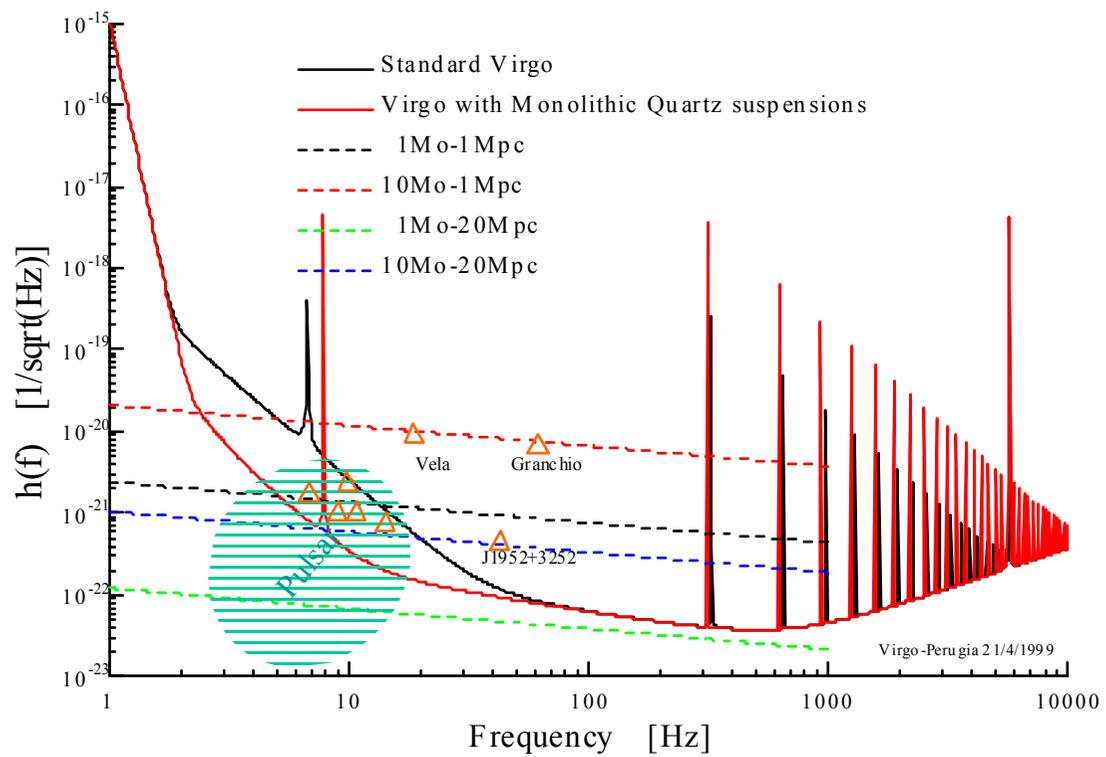
GEO600 suspension system



Curva di sensibilità di LIGO



... e di Virgo



Quale sarà il prossimo futuro?

•Barre risonanti...

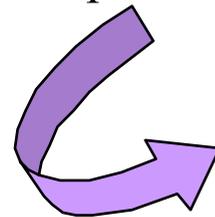
Advanced Virgo...

•Interferometri...

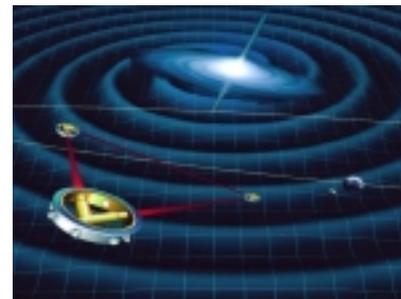
LIGO II...

LCGT...

•E nello spazio???

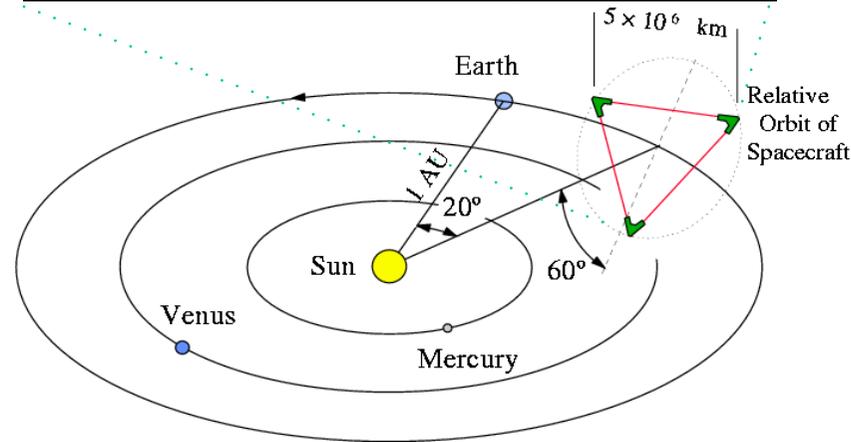
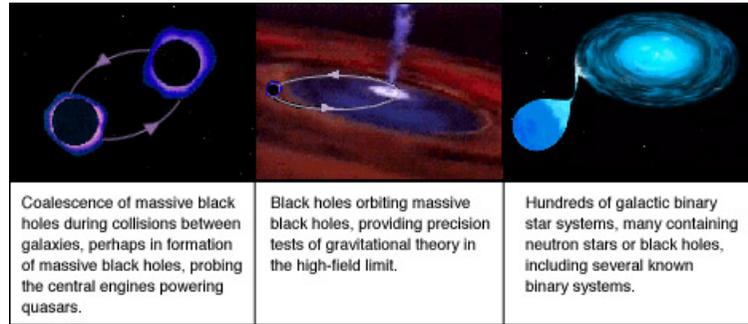


LISA...



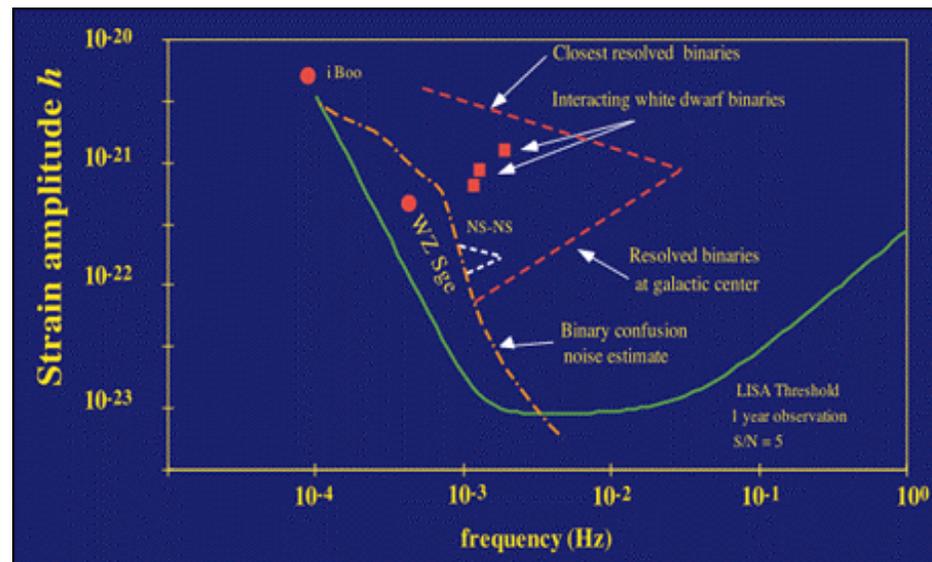
La Sfera...

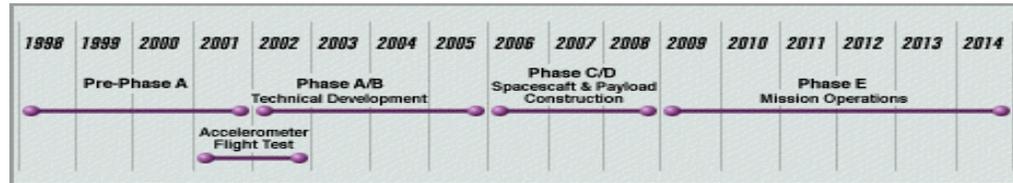
Sarà possibile osservare... (forse)



LISA:

Nello spazio, non essendo accecati dal rumore sismico si può scendere in frequenza...





Tra tutti i detector si coprirà così una regione che andrà da 10^{-4} Hz a 10^4 Hz

