Il Corso di Fisica per Scienze Biologiche

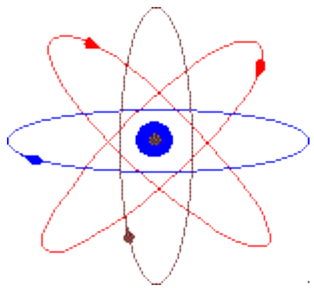
- Prof. Attilio Santocchia
- Ufficio presso il Dipartimento di Fisica (Quinto Piano) Tel. 075-585 2708
- E-mail: attilio.santocchia@pg.infn.it
- Web: http://www.fisica.unipg.it/~attilio.santocchia
- Testo: Fondamenti di Fisica (Halliday-Resnick-Walker, Casa Editrice Ambrosiana)

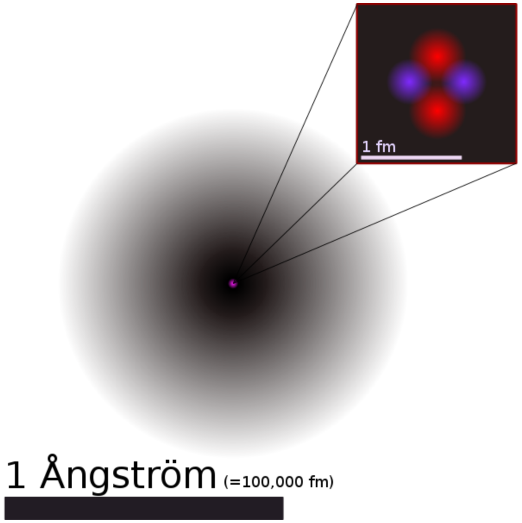
Carica elettrica

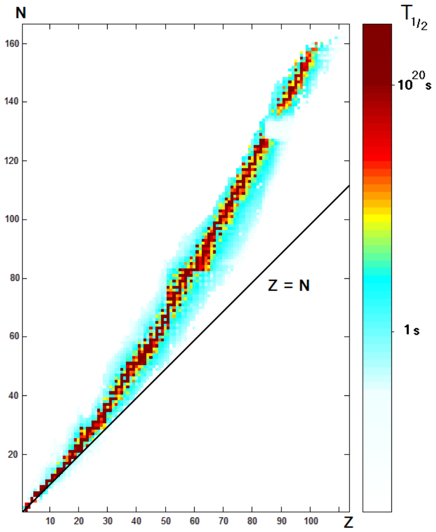
- John Dalton (1776-1844) avvalendosi delle della legge della conservazione della massa e legge delle proporzioni definite formulò la sua teoria atomica:
  - gli atomi di uno stesso elemento sono tutti uguali tra loro
  - la materia è formata da particelle chiamate atomi
  - gli atomi non sono ulteriormente scomponibili
- Geiger e Marsden (1909) studiando la deviazione di particelle alfa (nuclei di elio) emesse da sostanze radioattive (e sparate contro un foglio sottile di oro), hanno stabilito il cosiddetto “modello planetario” dell’atomo:
  - La massa è concentrata nel nucleo dell’atomo (protoni e nutroni)
  - particelle “leggere” (elettroni) “ruotano” attorno al nucleo come fanno i pianeti attorno al sole.
- La forza che trattiene gli elettroni attorno al nucleo è la forza di Coulomb tra elettroni e nucleo

Carica elettrica 2

Modello atomico:



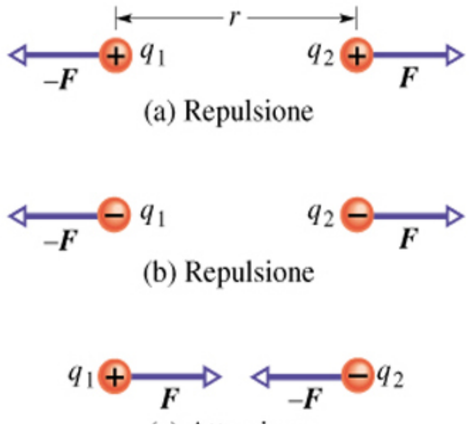


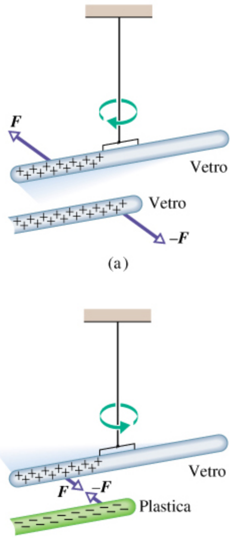


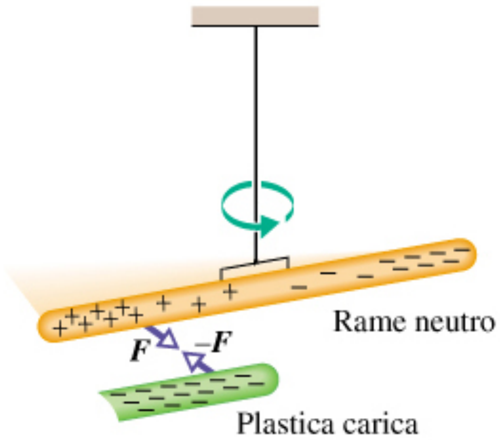
- Il nucleo è costituito da protoni e neutroni (massa m= 1.67 . 10^{-27} kg)
- Il numero di elettroni (massa circa 1/2000 della massa del protone) è pari al numero di protoni (l'atomo è elettricamente neutro)
- Protoni ed elettroni hanno una caratteristica (analoga alla massa) detta carica elettrica. Mentre esiste un solo tipo di massa esistono due tipi di cariche elettriche (per convenzione positiva quella dei protoni, negativa quella di elettroni).
- Cariche di segno opposto si attraggono, dello stesso segno si respingono.

Cariche elettriche – Isolanti e Conduttori

- La struttura dell'atomo fornisce l'interpretazione dei fenomeni elettrici noti già ai greci.
- Strofinando tra loro (anche mettendo in contatto sostanze diverse) un certo numero di elettroni passa da una sostanza all'altra, una sostanza avrà cariche elettriche in eccesso, l'altra in difetto. Se gli elettroni in eccesso non sono liberi di muoversi (sostanze isolanti) i due corpi si attraggono.
- In alcune sostanze (conduttori come l'acqua con sali disciolti, metalli, il corpo umano – altissima percentuale di acqua) gli elettroni si muovono quasi liberamente e tendono ad allontanarsi disperdendosi.
- Con questo processo i corpi isolanti si caricano elettricamente.







Legge di Coulomb → Campo elettrico

- La legge di forza tra due cariche elettriche puntiformi nel vuoto è data in modulo da:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

- $1/4\pi\varepsilon_0$ è una costante (v. dopo per la scelta di questa definizione della costante), le cariche sono espresse in Coulomb (C) e ε_0 è chiamata costante dielettrica del vuoto e vale 8.859×10^{-12} $C^2/(N\times m^2)$
- Le cariche sono multiple della carica dell'elettrone (o del protone) $e=1.6\times10^{-19}$C
- In presenza di varie cariche puntiformi Q_i la forza che si esercita su una carica q è:

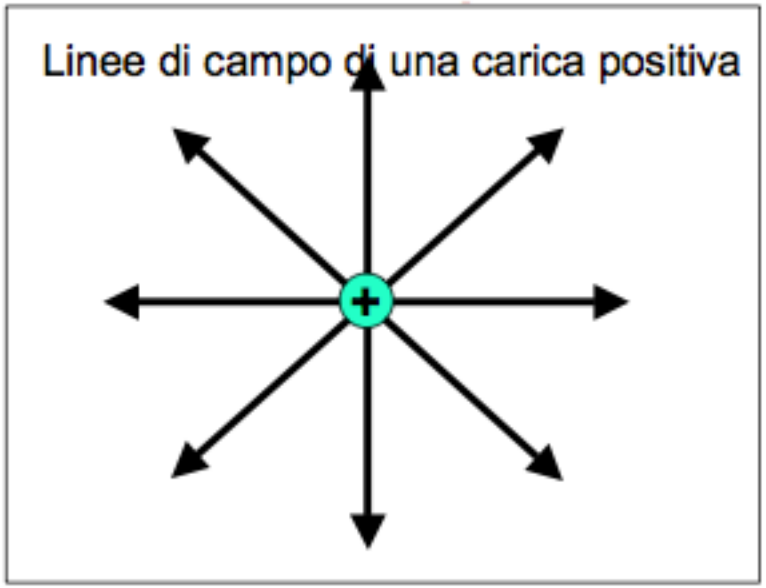
$$\vec{F} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\sum\frac{Q_i}{r_i^2}\frac{\vec{r_i}}{r_i}$$

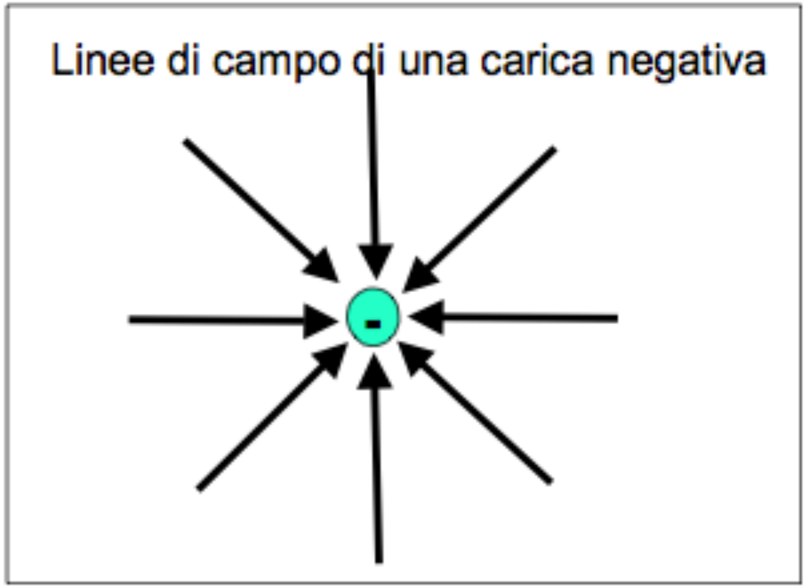
- Se le cariche sono distribuite la sommatoria è sostituita da un integrale
- Campo Elettrico generato da cariche elettriche: su una carica q positiva (detta di prova) si esercita una forza F. Il campo elettrico è allora definito come:

$$\vec{E} = \vec{F}/q$$

- (q deve essere piccola rispetto alle Q_i). Per familiarizzarsi con il concetto vedi l'applet: http://www.colorado.edu/physics/2000/waves_particles/wavpart3.html

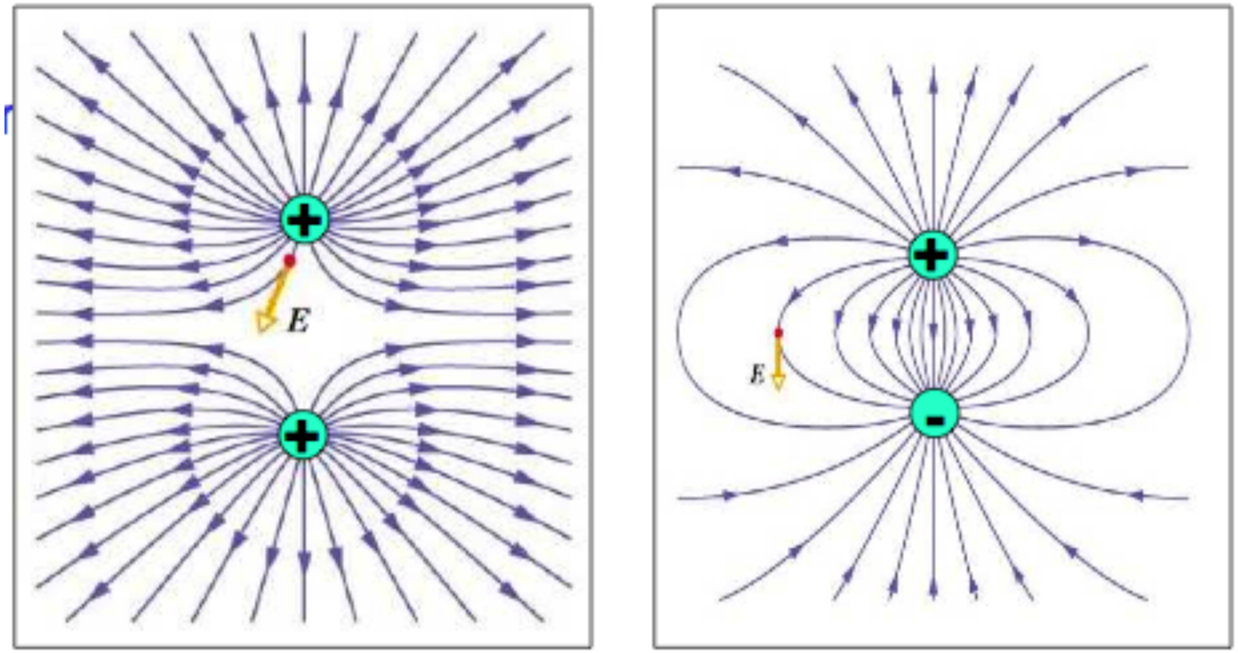
Linee del Campo Elettrico





Una singola carica elettrica isolata nello spazio

Linee del Campo Elettrico



Due cariche elettriche isolate nello spazio

Energia potenziale e potenziale

- Una carica elettrica q immersa in un campo elettrico è sottoposta ad una forza: $\vec{F} = q\vec{E}$. Di conseguenza se la carica è soggetta ad uno spostamento infinitesimo il campo elettrico compie un lavoro:

$$dL = q\vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

- Il campo elettrico generato da cariche statiche è conservativo (come il campo gravitazionale) perché dipende solo dalla posizione. Tra i due punti c'è una differenza di energia potenziale ΔU. Si può allora definire una differenza di potenziale (d.d.p):

$$\Delta V = \Delta U / q$$

- Che ovviamente non dipende più dalla carica di prova ma solo dal campo elettrico ***E***.
- Si noti che il potenziale elettrico è definito a meno di una costante additiva arbitraria.
- Il potenziale elettrico (e la differenza di potenziale) si misura in **Volt**

Differenza di Potenziale e Campo Elettico

- Se una regione è sede di un campo elettrico, tra 2 punti A e B di questa regione esiste una differenza di potenziale
  - Una carica di prova q messa in A subisce una forza dovuta al campo elettrico.
  - Se la carica si sposta da A a B significa che il campo elettrico compie un lavoro.
  - Il lavoro (cambiato di segno) e diviso per la carica di prova corrisponde alla differenza di potenziale
- E’ vero anche il vice-versa: se tra 2 punti di una regione esiste una differenza di potenziale → in quella regione esiste un campo elettrico
- Le cariche positive tendono ad andare da potenziali più alti a potenziali più bassi
- Vice-versa le cariche negative si spostano da potenziali più bassi a potenziali più alti

Potenziale elettrico

- Esempio: Potenziale elettrico generato da una carica isolata positiva:

$$\Delta V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_1^2 \frac{1}{r^2}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)$$

- Se $r_2 \rightarrow \infty$ è naturale assumere uguale a zero il valore del potenziale all'infinito (se non ci sono cariche all'infinito) e quindi definire il potenziale come:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

- Superficie equipotenziale.
  - Il campo può essere descritto oltre che dalle linee di forza da superfici equipotenziali, da superfici la cui normale è in ogni punto perpendicolare al campo (muovendosi sulla superficie $\Delta V = 0$)
- Dal potenziale al campo elettrico (ricordo che *dU=-dL*):

$$-dV = -dU/q = q\vec{E}\cdot d\vec{s}/q = E_x dx + E_y dy + E_z dz \Rightarrow$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x};\quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y};\quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

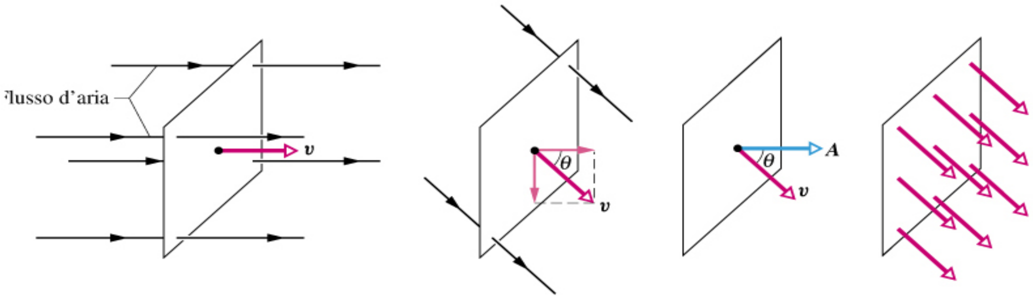
- vedi applet http://www.schulphysik.de/java/physlet/applets/efeld1.html

Flusso di un Campo Vettoriale

- Il flusso infinitesimo di un campo vettoriale è definito da:

$$d\phi(\vec{v}) = \vec{v} \cdot \hat{n} dS = v \cos\theta dS$$

- dove $\hat{n}$ indica il versore della normale alla superficie infinitesima di area dS
- Nel caso di un fluido se $\vec{v}$ rappresenta la velocità, il flusso è uguale al volume di fluido che passa nell'unità di tempo. L'estensione al caso ad es. del campo elettrico risale al momento in cui l'elettricità era considerata come un fluido che fluiva dalle cariche positive (sorgenti del campo) per finire sulle cariche negative (pozzi)
- Il campo elettrico può essere rappresentato dalle cosiddette linee di forza, linee dovunque tangenti al vettore in quel punto. Le linee di forza originano dalle cariche positive e finiscono in quelle negative.



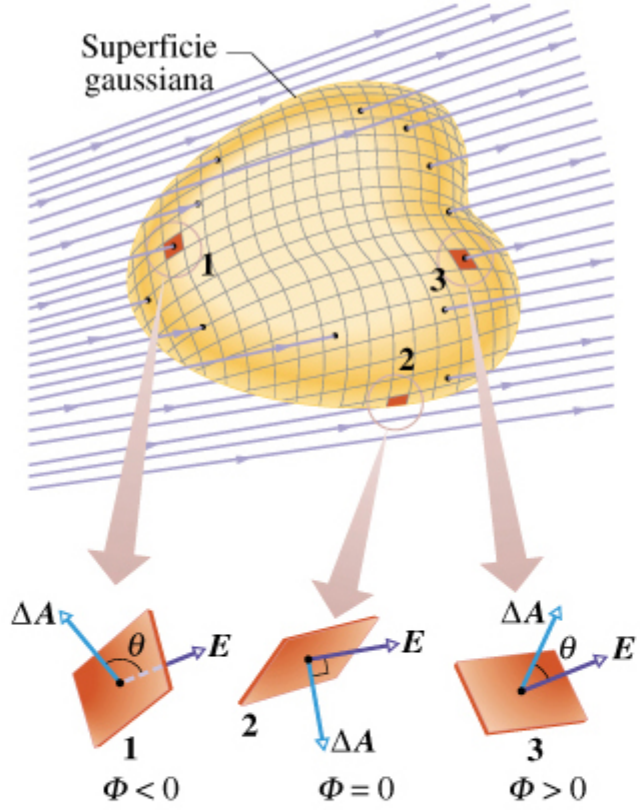
(a) (b) (c) (d)

Flusso di un Campo Vettoriale 2

- Il flusso attraverso una superficie *S* finita è l'integrale, esteso alla superficie *S*, di tutti i contributi $d\phi(\mathbf{v})$:

$$\varphi(\vec{v}) = \int_{S \text{ chiusa}} \vec{v}\cdot\hat{n}\,dS = \oint \vec{v}\cdot\hat{n}\,dS$$

- Se la superficie *S* è una superficie chiusa (per ex. una sfera), il versore normale ***n*** si definisce sempre rivolto verso l'esterno e il flusso si dice uscente da *S*.



Flusso Elettrico e Teorema di Gauss

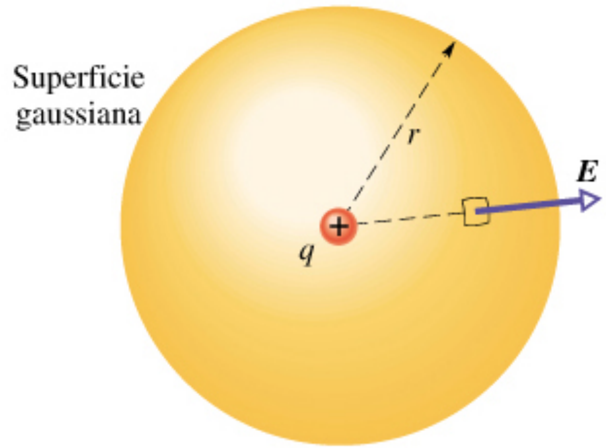
- Il teorema di Gauss mette in relazione la carica elettrica (che produce il campo elettrico) presente all'interno di una superficie chiusa e il flusso del campo elettrico attraverso tale superficie
- Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa dipende solo dalla carica elettrica all'interno di tale superficie. Le cariche elettriche presenti all'esterno della superficie in esame non contribuiscono al flusso (il flusso entrante è in tale caso compensato da quello uscente)
- L'enunciato del teorema può essere riassunto da tale equazione:

$$\boxed{\phi\left(\vec{E}\right) = \oint \vec{E} \cdot \hat{n}\, dS = \sum_i q_i \Big/ \varepsilon_0}$$

- dove la sommatoria è estesa a tutte le cariche all'interno della superficie *S* e la relazione vale per cariche nel vuoto.

Teorema di Gauss

- Per comprendere il teorema di Gauss consideriamo il caso particolare di una superficie sferica di raggio R con una carica q al centro della sfera:
- (la dimostrazione generale è analoga, cambia solo il modo in cui si calcola l'integrale)



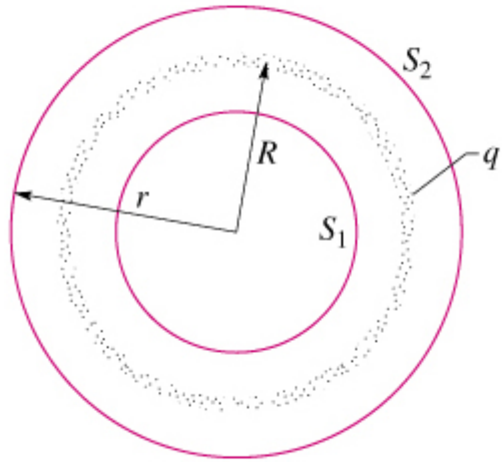
$$d\varphi(\vec{E}) = \vec{E}\cdot\hat{n}\,dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\hat{r}\cdot\hat{r}\,dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}dS$$

$$\varphi(\vec{E}) = \int_{S_{sfera}} d\varphi(\vec{E}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\int_{S_{sfera}} dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

- Si noti come l'andamento del campo elettrico $1/r^2$ sia fondamentale per il risultato. Teorema di Gauss e legge di Coulomb sono equivalenti! Le conseguenze del teorema di Gauss sono una prova dell'andamento $1/r^2$

Teorema di Gauss (Esempio 1)

- Consideriamo una sfera cava S di raggio R su cui sia distribuita una carica totale q. Per motivi di simmetria il campo, all'esterno di S, deve essere radiale (le componenti non radiali si elidono). Se la carica totale è positiva (negativa) il flusso sulla superficie S_2 è:



$$\phi(\vec{E}) = \int_{S_2} d\phi(\vec{E}) = \pm E \int_{S_2} dS = \pm E\, 4\pi r^2$$

- Per il teorema di Gauss, tale flusso è uguale a q/ε_0 dove q è la carica totale sulla sfera $\Rightarrow$

$$\pm E\, 4\pi r^2 = \frac{\pm|q|}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

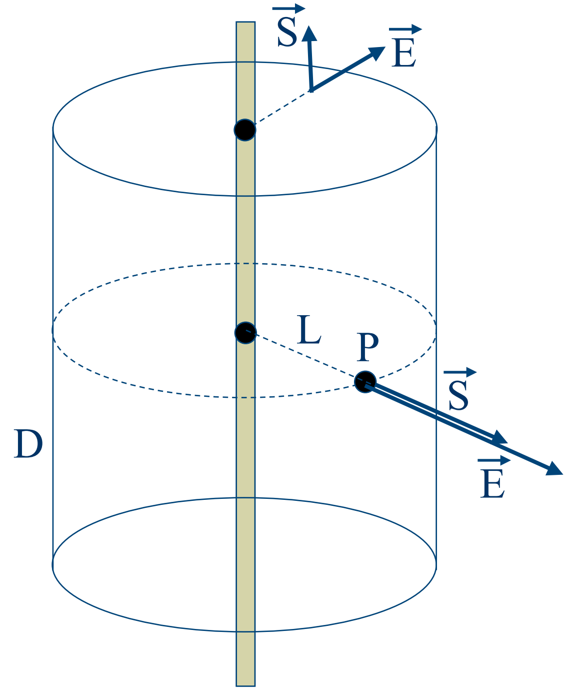
- Cioè il campo all'esterno della sfera è identico a quello generato da una carica puntiforme q localizzata al centro della sfera stessa.
- All'interno della sfera cava il campo elettrico è nullo, perché nessuna carica è racchiusa all'interno

Teorema di Gauss (Esempio 2)

- Consideriamo ora un conduttore (perfetto) su cui sia distribuita una carica q
- Se il sistema è isolato e all'equilibrio il campo elettrico al suo interno deve essere nullo. Se così non fosse $\boldsymbol{E} \neq 0 \rightarrow \boldsymbol{F} \neq 0$ e le cariche sarebbero in movimento.
- Se $\boldsymbol{E} = 0$ allora $\phi(\boldsymbol{E}) = 0$ e per il teorema di Gauss la somma di delle cariche all'interno del conduttore è nulla. Quindi, la carica q deve essere distribuita solo sulla superficie esterna del conduttore.
- Tale superficie deve essere equipotenziale (qualunque sia la sua forma) perché se così non fosse $dV \neq 0 \rightarrow \boldsymbol{E} \neq 0 \rightarrow \boldsymbol{F} \neq 0$ e le cariche sarebbero in movimento.
- Se la superficie esterna è equipotenziale, il campo $\boldsymbol{E}$, nell'immediate vicinanze del conduttore, è normale alla superficie esterna stessa.

Campo elettrico in un conduttore

- Utilizziamo ora il teorema di Gauss per calcolare il campo elettrico formato da una distribuzione di carica su un filo conduttore (λ è la densità di carica lineare)
- Il problema è a simmetria cilindrica e come abbiamo visto il campo elettrico è perpendicolare alla superficie del cilindro
- Il contributo al flusso delle due basi è nullo poiché il vettore superficie e il campo elettrico sono perpendicolari
- Il contributo al flusso della superficie laterale è semplicemente il prodotto del campo elettrico (uguale su tutta la superficie cilindrica visto che il problema è a simmetria cilindrica) per il valore della superficie.



$$A_{\text{cil}} = 2A_{\text{base}} + A_{\text{laterale}} = 2\pi L^2 + 2\pi LD$$

$$\phi = \oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = 2\int \vec{E}\cdot d\vec{S}_{\text{base}} + \int \vec{E}\cdot d\vec{S}_{\text{laterale}} = 2\pi LDE = \frac{\sum q}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$2\pi LDE = \frac{\lambda D}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 L}}$$