

Il Corso di Fisica per Scienze Biologiche

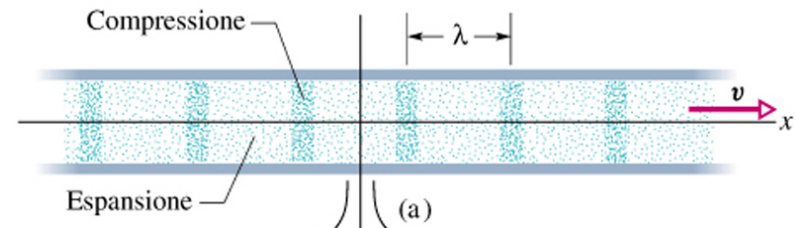
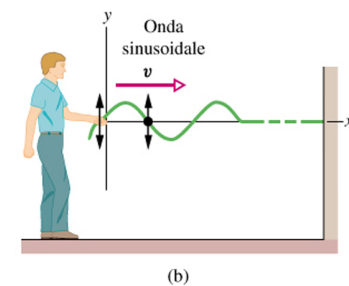
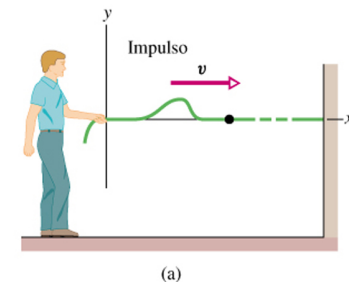
- Prof. Attilio Santocchia
- Ufficio presso il Dipartimento di Fisica (Quinto Piano) Tel. 075-585 2708
- E-mail: attilio.santocchia@pg.infn.it
- Web: : <http://www.fisica.unipg.it/~attilio.santocchia>
- Testo: Fondamenti di Fisica (Halliday-Resnick-Walker, Casa Editrice Ambrosiana)

Fenomeni Ondulatori

- ◆ Le onde elettromagnetiche (luce) e le onde elastiche (suono) sono fenomeni fisici molto diversi, ma entrambi sono riconducibili allo stesso strumento matematico: **il moto armonico**.
- ◆ Le **onde elastiche sono dovute ad una perturbazione esterna in un mezzo elastico** (cioè un mezzo che, in un certo intervallo di sollecitazione, si comporta seguendo la legge di Hooke $F=-kx$ o una sua qualche generalizzazione multi-dimensionale).
- ◆ Le **onde elettromagnetiche sono costituite da una campo elettrico ed uno magnetico accoppiati che si propagano nello spazio** (anche in assenza di un mezzo materiale).
- ◆ Tratteremo prima il primo dei due fenomeni ondulatori, evidenziando i punti in comune con il secondo e le peculiarità specifiche.
- ◆ Il primo punto in comune, che non bisogna mai dimenticare, è che **sia le onde EM che le onde elastiche trasportano energia**.

Onde elastiche

- ◆ Consideriamo una corda tesa orizzontalmente, con una estremità fissa. Se diamo un rapido colpo verticale vediamo che la *perturbazione* si propaga nella direzione (orizzontale) della corda. La *perturbazione* consiste in uno spostamento verticale degli elementi della corda stessa:
- ◆ In base alla direzione di oscillazione dell'elemento perturbato le onde si distinguono in
 - **Trasversali**: l'oscillazione avviene perpendicolarmente alla direzione di propagazione dell'onda
 - **Longitudinali**: l'oscillazione avviene nella direzione di propagazione
- ◆ Un esempio di **onda longitudinale** è un'onda sonora nell'aria.
- ◆ Essa consiste in una onda di compressione e rarefazione dell'aria dove le singole molecole dell'aria oscillano nella direzione di propagazione del suono.
- ◆ Tipico esempio di onda elastica trasversale



Equazione d'Onda

- ◆ Prendiamo come esempio una semplice funzione gaussiana...

$$y = e^{-x^2}$$

- ◆ Sostituiamo alla variabile $x \rightarrow (x-1)$

$$y = e^{-(x-1)^2}$$

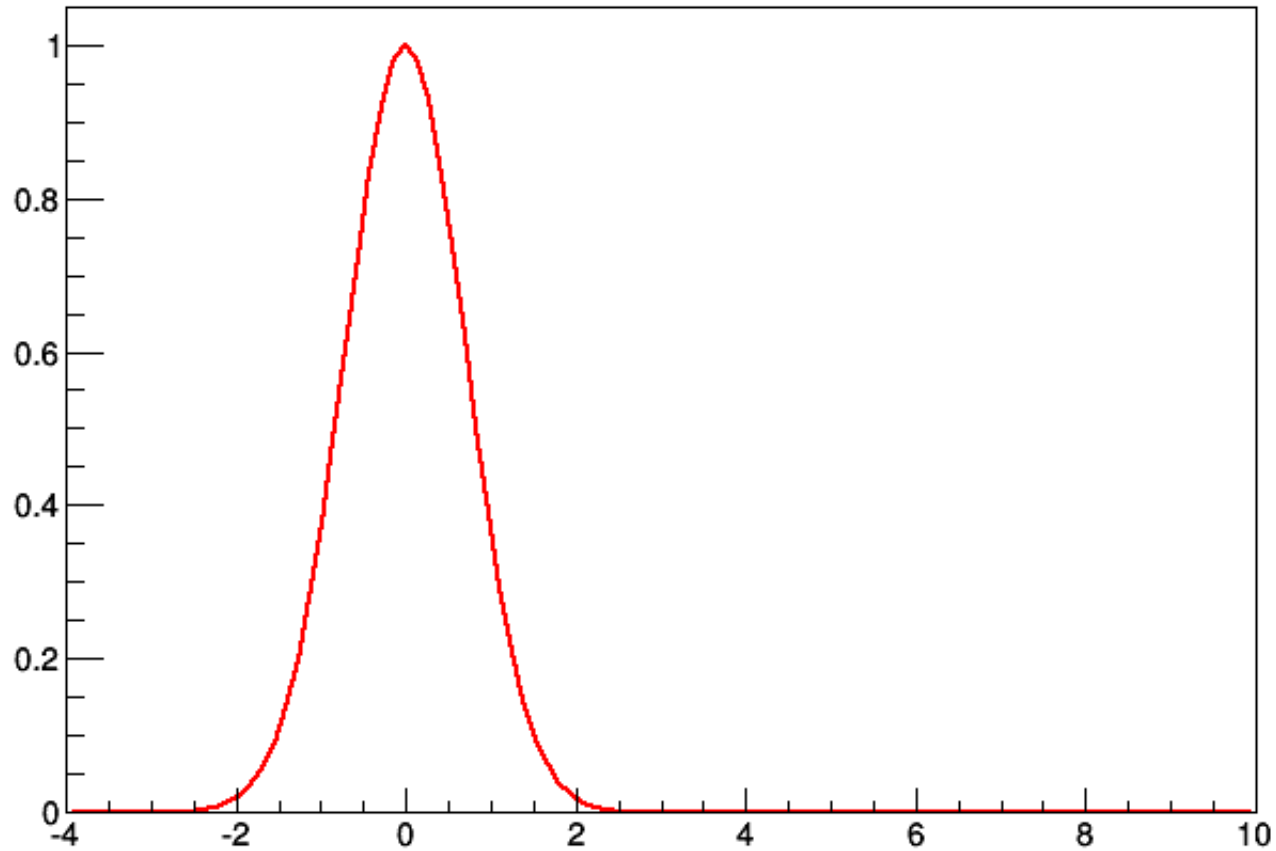
- ◆ Poi passiamo a $(x-2)$...

$$y = e^{-(x-2)^2}$$

- ◆ E così via...

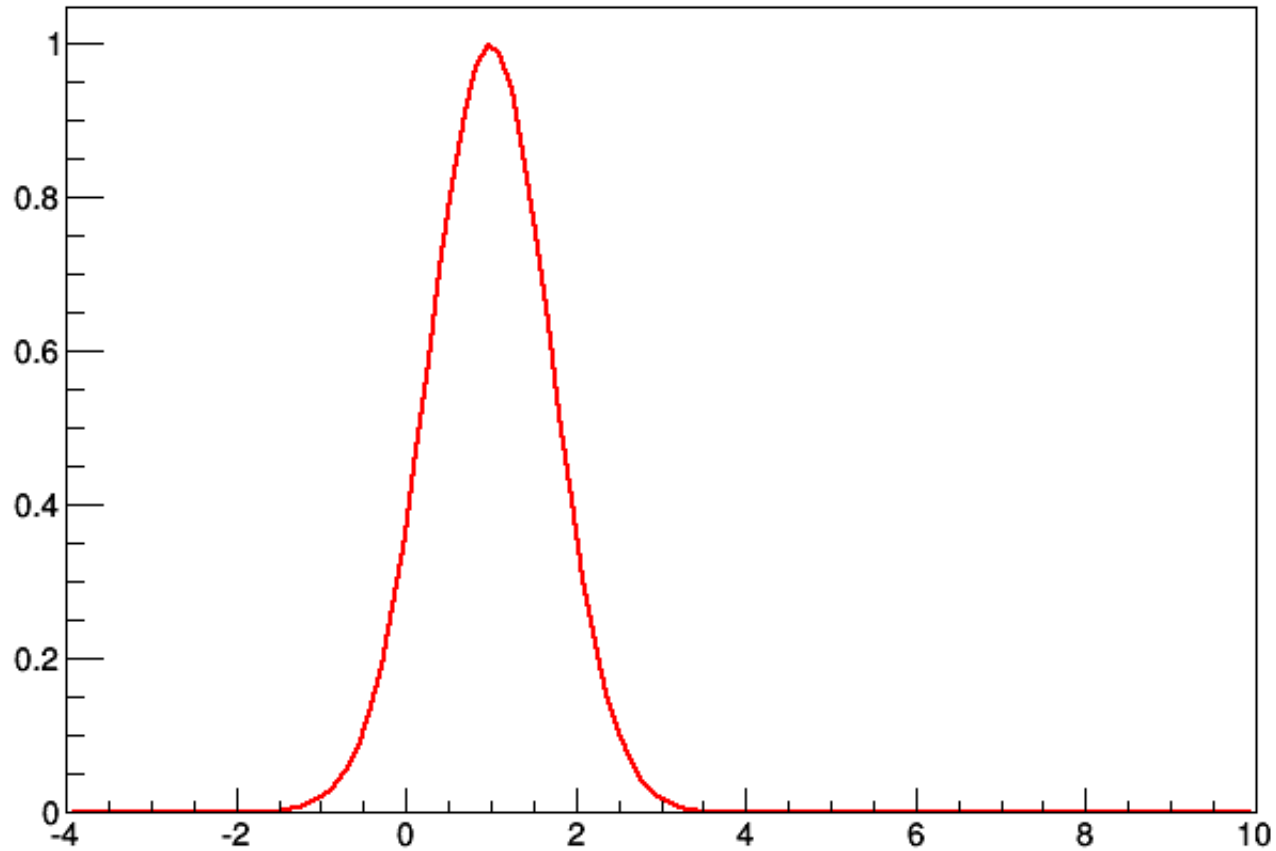
Equazione d'Onda

$$y = e^{-(x-0)^2}$$



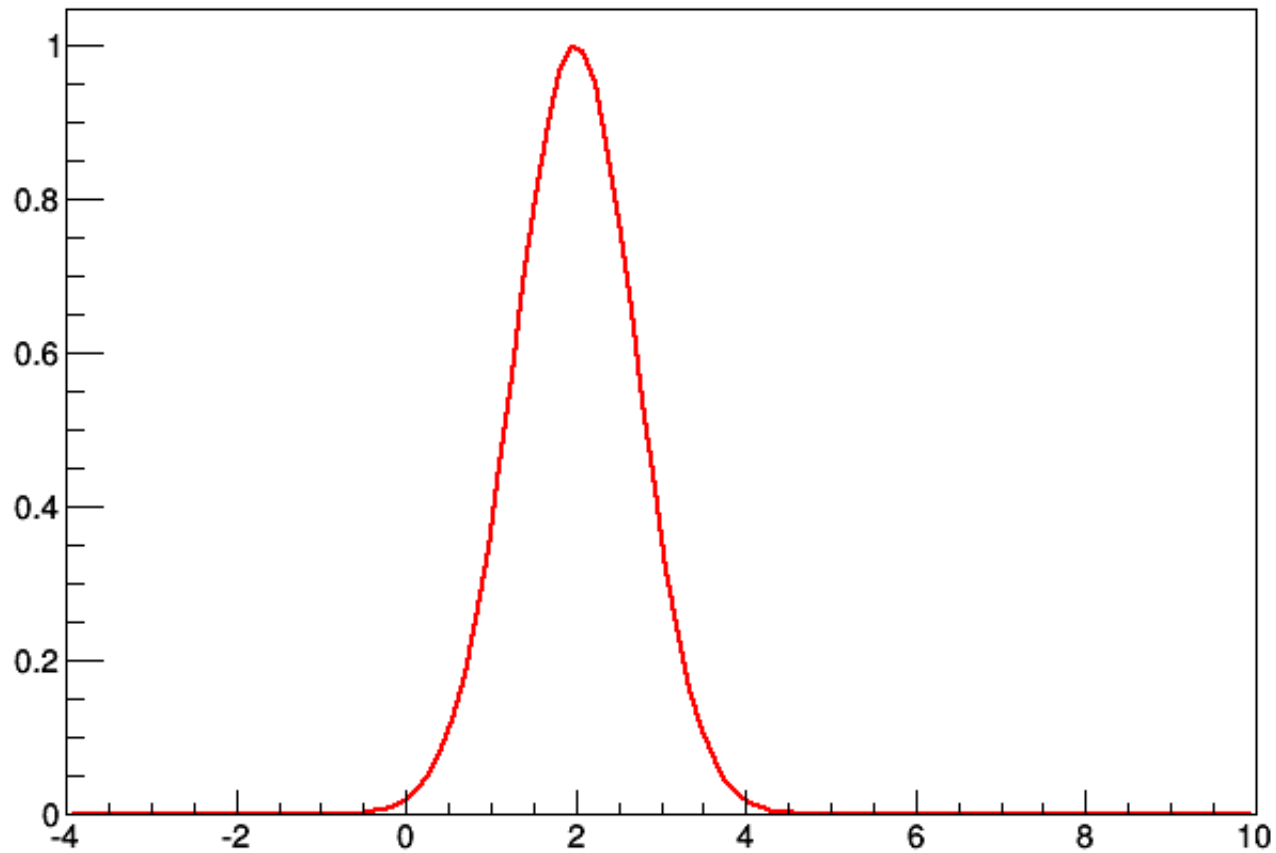
Equazione d'Onda

$$y = e^{-(x-1)^2}$$



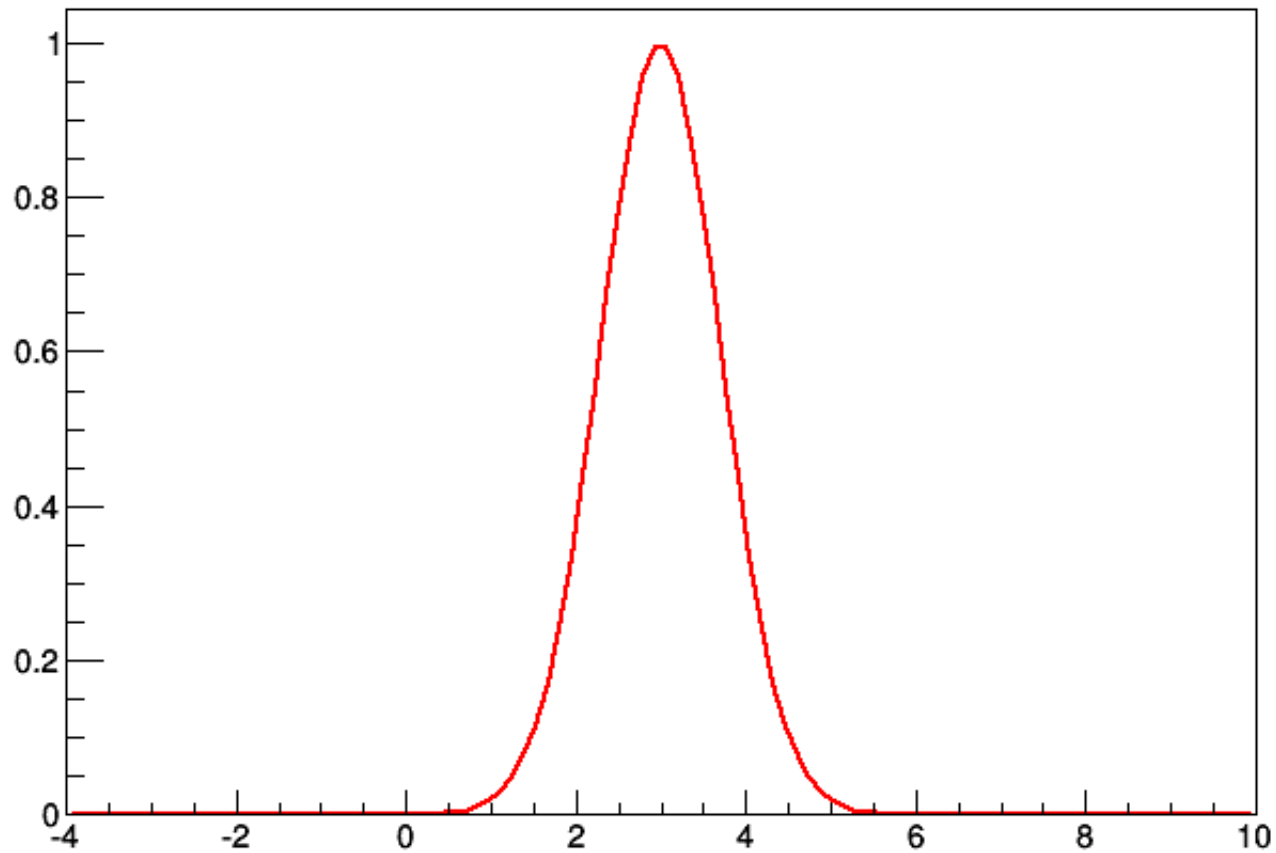
Equazione d'Onda

$$y = e^{-(x-2)^2}$$



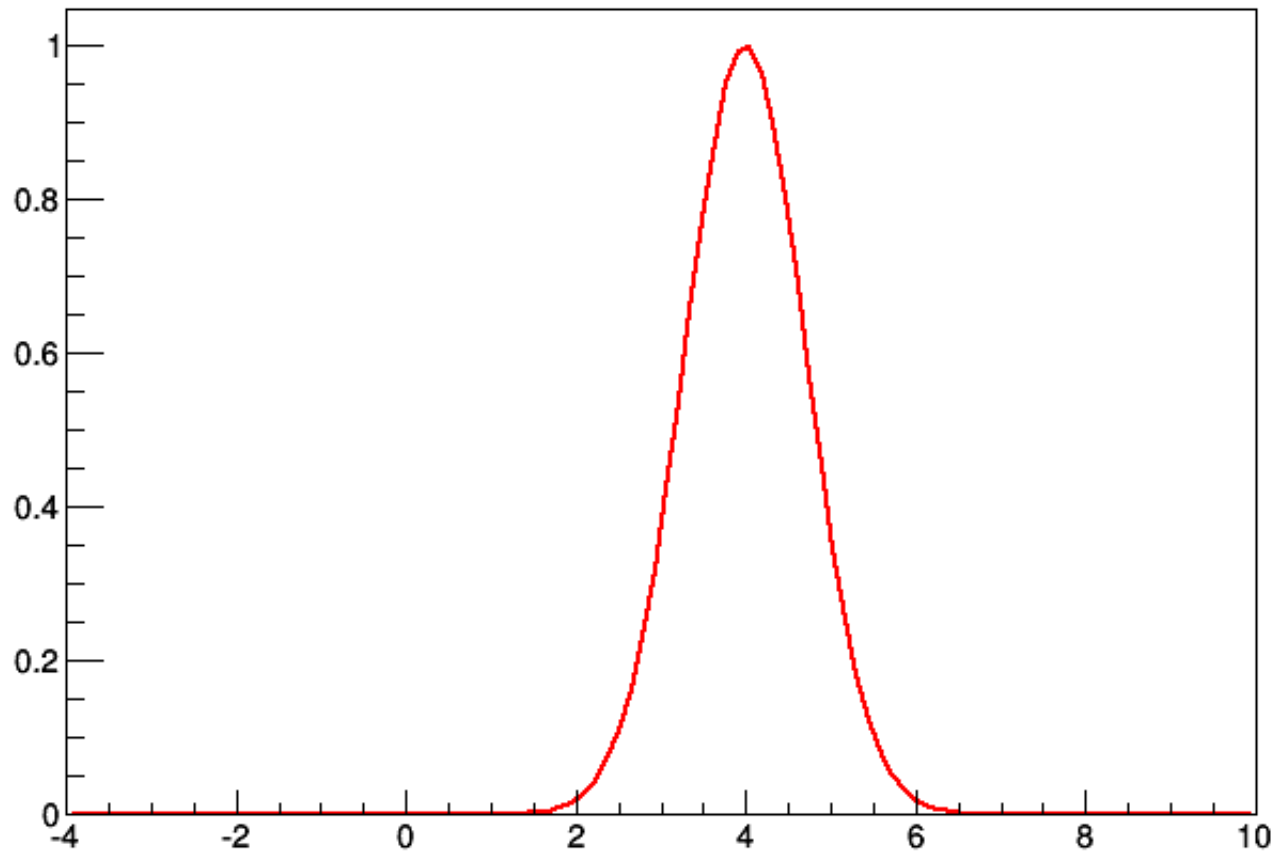
Equazione d'Onda

$$y = e^{-(x-3)^2}$$



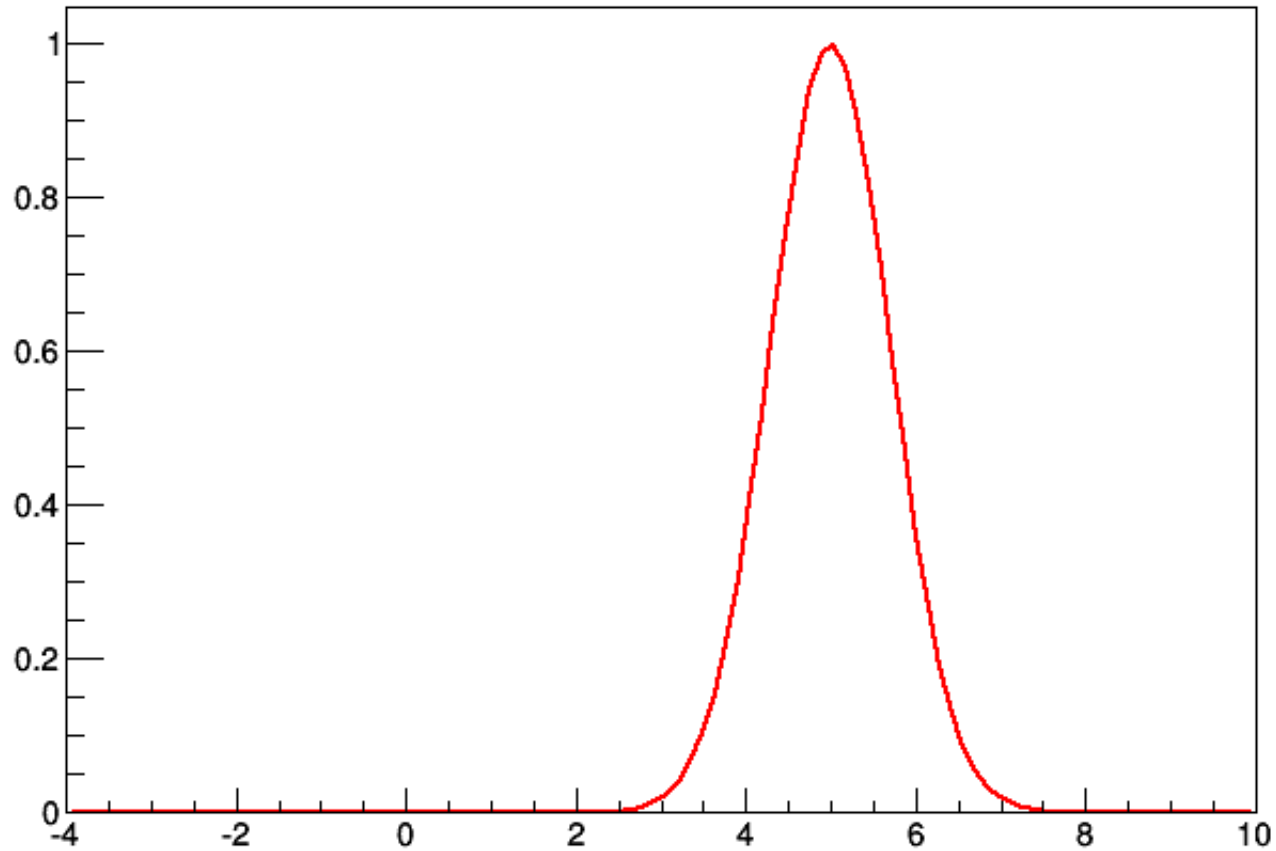
Equazione d'Onda

$$y = e^{-(x-4)^2}$$



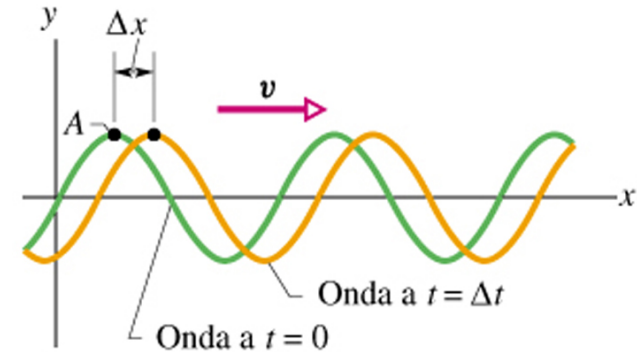
Equazione d'Onda

$$y = e^{-(x-5)^2}$$



Equazione d'Onda

- ◆ Sia $f(x)$ un impulso generico, $f(x-\Delta x)$ ha la stessa forma, ma è spostata di una distanza Δx a destra
- ◆ Se immaginiamo che questo impulso si stia propagando verso destra con una velocità costante $v \Rightarrow \Delta x = v\Delta t \Rightarrow f(x-v\Delta t)$ descrive la stessa forma in moto verso destra con velocità v (analogamente $f(x+v\Delta t)$ descrive un moto verso sinistra)



- ◆ Se deriviamo $f(x-v\Delta t)$ rispetto a x e t e assumendo $u=x-vt$ si ottiene:

$$\frac{\partial f(x-vt)}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \times \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x-vt)}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial}{\partial u} \frac{\partial f}{\partial u} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \quad \text{poichè } u = x - vt$$

$$\frac{\partial f(x-vt)}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial u} \times \frac{\partial u}{\partial t} = -v \frac{\partial f}{\partial u} \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x-vt)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial}{\partial u} \left(-v \frac{\partial f}{\partial u} \right) = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial u^2}$$

- ◆ Combinando questi due risultati si ha l'equazione d'onda valida per tutti i moti di tipo ondulatorio:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

Onde Piane

- ◆ La soluzione dell'equazione d'onda è quindi del tipo $f=f(x-vt)$, un caso particolarmente interessante è quello in cui la funzione f è di tipo sinusoidale...

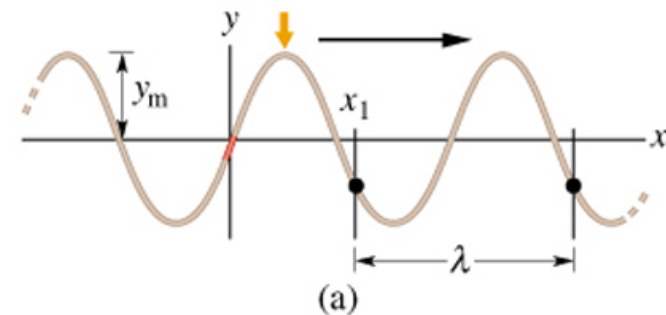
- ◆ La forma più generica per un **moto ondulatorio sinusoidale** è:

$$y(x,t) = y_m \sin k(x - vt) = y_0 \sin(kx - \omega t)$$

- ◆ k è il **numero d'onda** $[k]=[m]^{-1}$ e ω è la velocità angolare. Valgono inoltre le seguenti relazioni tra numero d'onda, frequenza, velocità angolare, lunghezza d'onda e periodo.

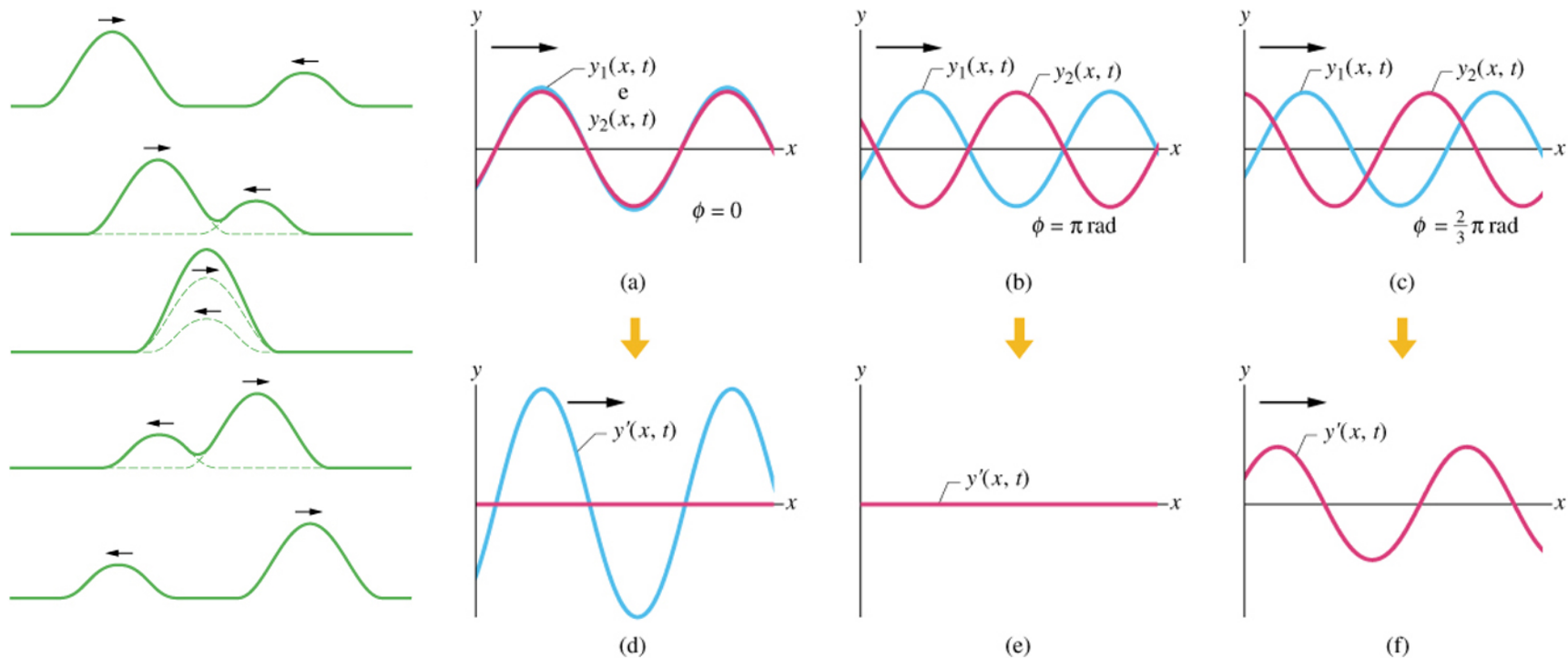
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad v = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad v = \frac{\omega}{k} = \lambda v$$

- ◆ Per la **lunghezza d'onda** λ : vedi figura
- ◆ L'**ampiezza** è y_m
- ◆ Per la **frequenza** ν vedi il moto armonico
- ◆ Per il **periodo** T vedi il moto armonico
- ◆ La **velocità** è infine il rapporto λ/T



Ancora sulle onde

- ◆ L'equazione d'onda è **lineare**, questo significa che vale il principio di sovrapposizione. Cioè 2 o più onde sovrapposte non interagiscono tra di loro ma si sovrappongono senza passaggio di energia da un'onda all'altra
- ◆ In pratica la somma di due onde del tipo $y=y(x,t)$ è ancora una soluzione dell'equazione d'onda
- ◆ Il fenomeno della sovrapposizione viene chiamato **Interferenza**



Ancora sulle onde 2

- ◆ Dal numero di coordinate necessarie per definire il processo oscillatorio si distinguono le onde in:
 - **Onde uni-dimensionali**: in cui è sufficiente una sola coordinata per avere l'equazione dell'onda. Per esempio, nell'oscillazione della corda tesa, serve la distanza da uno dei due estremi della corda
 - **Onde bidimensionali**: tipo le onde circolari concentriche si formano sulla superficie di un liquido quando un sasso cade sulla superficie stessa. In questo caso occorrono le coordinate x e y per definire la distanza dal centro comune.
 - **Onde tridimensionali**: dove occorrono le tre coordinate spaziali x, y, z . Per esempio le onde sferiche (sonore o e.m.) derivanti da una sorgente puntiforme.
- ◆ Come abbiamo detto, lo strumento fondamentale per lo studio dei fenomeni ondulatori è l'oscillatore armonico
- ◆ Nei tre casi avremo quindi 1, 2 o 3 equazioni d'onda (una per ciascuna coordinata)

Onde sonore

- ◆ I suoni sono onde elastiche longitudinali che si propagano in mezzi elastici (solitamente aria), di frequenza all'interno dell'intervallo di udibilità dell'orecchio umano. Siccome tale intervallo dipende da individuo ad individuo e dall'età del medesimo, per convenzione si definisce onda sonora tutto ciò che è compreso fra 16Hz e 16kHz . Solitamente i soggetti più giovani arrivano ad udire fino a 20kHz .
- ◆ Le onde acustiche, al di sotto di 16Hz si chiamano **infrasuoni**, e quelle al di sopra di $16\text{-}20\text{kHz}$ si chiamano **ultrasuoni**.
- ◆ Se un'onda ha frequenza fra 16Hz e 16kHz non è detto che sia udibile. Occorre che la sua intensità sia superiore a quella che viene chiamata **soglia di udibilità**
- ◆ L'orecchio umano è in grado di udire suoni di intensità estremamente diversa fra loro (tra 10^{-12} W/m^2 fino a qualche W/m^2 (soglia del dolore)). Per poterlo fare, adatta i muscoli dell'orecchio all'ampiezza del suono in arrivo. Quindi **l'orecchio è un dispositivo non lineare** e per questo una scala logaritmica è più adatta a definirne la sensibilità. Si usa il **decibel** (dB) con il quale si indica l'intensità dell'onda acustica (vedi libro)
- ◆ L'orecchio umano è in grado di udire da pochi decibel fino a 120dB circa

Onde Elettromagnetiche

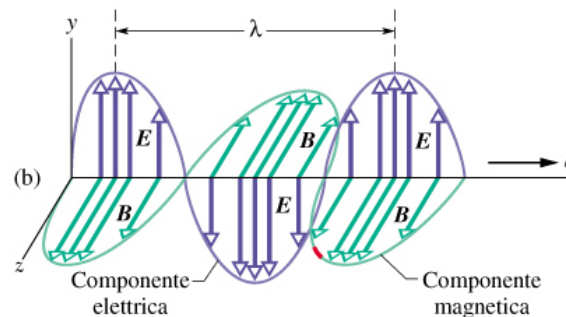
- ◆ Vorremmo applicare quanto visto finora per le onde elastiche, alle onde elettromagnetiche.
- ◆ Ma nel caso di onde elettromagnetiche **non c'è un mezzo elastico perturbato** e non si può parlare di ampiezza dell'onda come di ampiezza di spostamento dalla posizione di equilibrio di un elemento di materia
- ◆ **Nelle onde elettromagnetiche sono il campo elettrico E e quello magnetico B ad oscillare nel tempo**, e l'ampiezza dell'onda in un punto dello spazio è il valore massimo di oscillazione del campo elettrico in quel punto.
- ◆ Le onde elettromagnetiche sono onde trasversali, dove il campo elettrico e il campo magnetico oscillano ortogonalmente fra loro e alla direzione di propagazione:

Campo Elettromagnetico

- ◆ Direttamente dalle equazioni di Maxwell deriva il fatto che il campo elettromagnetico si propaga con velocità elevata, ma finita, che nel vuoto è pari a:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,86 \cdot 10^{-12} \times 12,56 \cdot 10^{-7}}} \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

- ◆ Il campo elettromagnetico si propaga tramite un'onda elettromagnetica (vedremo meglio in seguito) in cui il campo elettrico E e il campo magnetico B sono ortogonali sia fra loro che alla direzione di propagazione:



- ◆ Visto che un'onda elettromagnetica trasporta sia un campo elettrico che magnetico vi sarà una densità di energia (del campo elettromagnetico) data da:

$$u(\vec{x}) = u_E(\vec{x}) + u_B(\vec{x}) = \frac{1}{2} \epsilon_0 |E^2(\vec{x})| + \frac{1}{2\mu_0} |B^2(\vec{x})|$$

Onde Elettromagnetiche 2

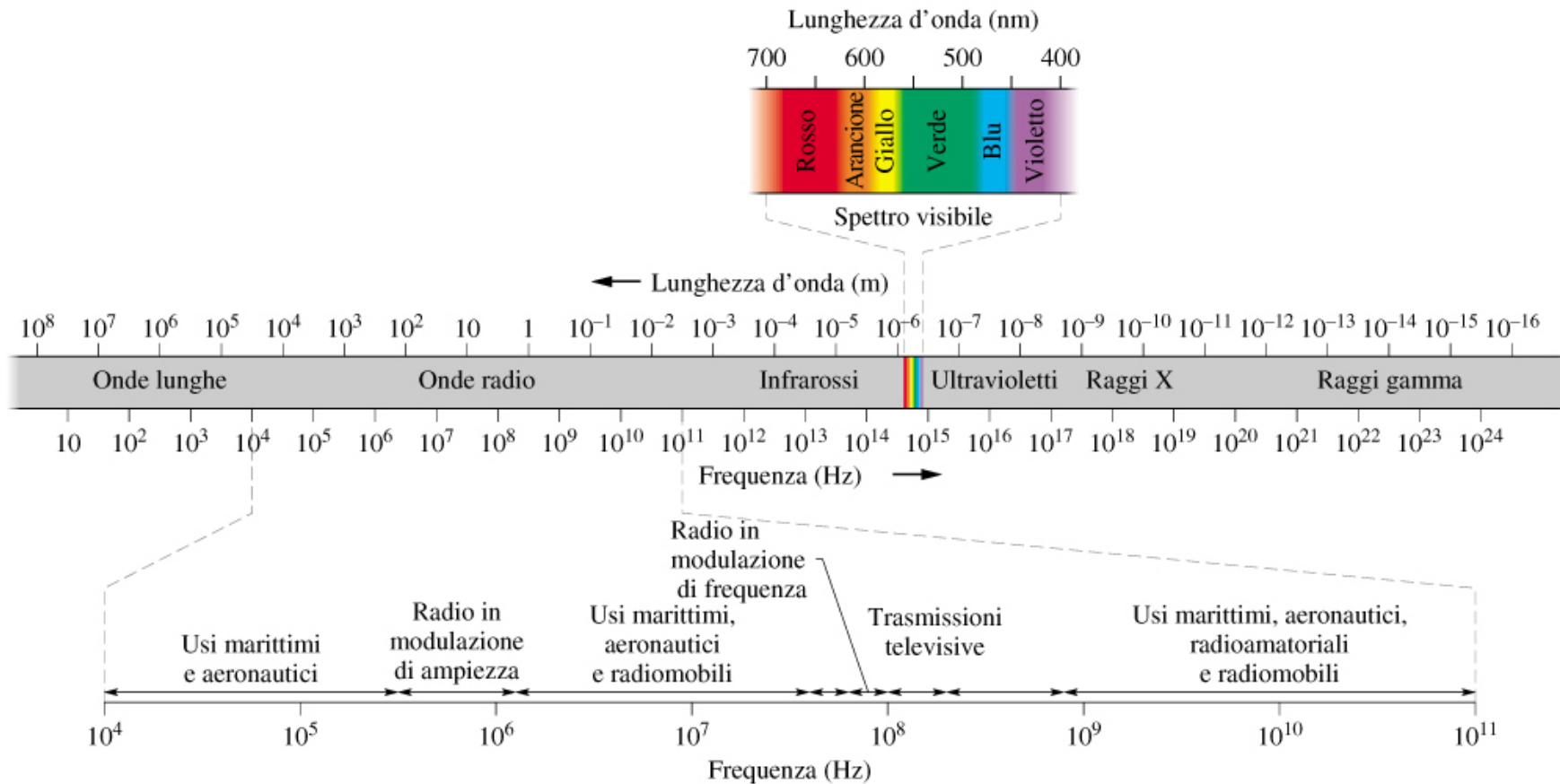
- ◆ La lunghezza d'onda è legata alla frequenza dell'onda (cioè al numero di oscillazioni del campo elettrico al secondo) dalla relazione $\lambda = v/\nu$, dove v è la velocità di propagazione della luce cioè, nel vuoto:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

- ◆ La **luce visibile** è un'onda elettromagnetica di frequenza opportuna (tra $4 \cdot 10^{14} Hz$ a $8 \cdot 10^{14} Hz$).
- ◆ La tabella del prossimo lucido descrive frequenze e possibili utilizzi delle onde elettromagnetiche.
- ◆ Per un'onda EM vale la relazione:

$$E(x, t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \Rightarrow I \propto E_0^2$$

Spettro Elettromagnetico



L'equazione d'onda

- ◆ Dalle equazioni di Maxwell è possibile ricavare la legge che governa le onde EM
- ◆ Per prima cosa è necessario trasformare le suddette equazioni dalla forma integrale (che abbiamo visto) alla forma differenziale; in pratica al posto degli integrali, nelle equazioni compaiono dei segni di derivata con delle opportune modifiche. Questo è possibile applicando alcuni teoremi matematici.
- ◆ L'onda EM esiste anche in assenza di cariche e correnti e quindi poniamo i e q uguali a 0 nelle equazioni differenziali.
- ◆ A questo punto è possibile mostrare che le equazioni di Maxwell in assenza di materia sono equivalenti alle due seguenti equazioni:

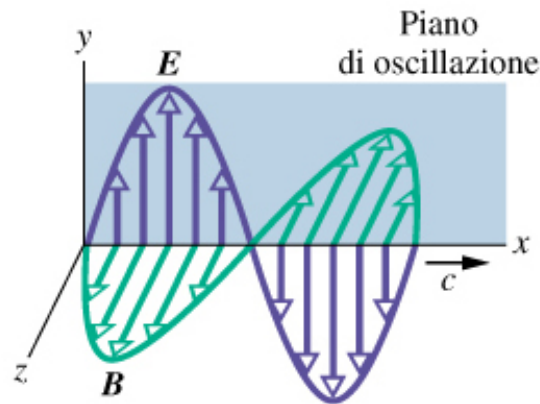
$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x_i^2} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 B}{\partial x_i^2} \quad \text{dove } x_i = x, y, z$$

- ◆ Queste 6 equazioni non sono altro che **6 equazioni d'onda** dove la velocità di propagazione dell'onda c è quella già definita. Una possibile soluzione di queste equazioni è quindi **l'onda piana** vista in precedenza: $E(x_i) = E_0 \sin(kx_i - \omega t)$ e $B(x_i) = B_0 \sin(kx_i - \omega t)$. Inoltre si dimostra anche che

$$E = cB \quad \text{dove} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Polarizzazione

- ◆ Si definisce **polarizzazione** di un'onda elettromagnetica la direzione di oscillazione del campo elettrico. Il piano dove oscilla E è detto piano di polarizzazione
- ◆ Se il campo elettrico oscilla sempre nella medesima direzione si dice che l'onda è **polarizzata linearmente**.
- ◆ Se invece la direzione di oscillazione del campo ruota col tempo si parla di **polarizzazione circolare o ellittica**.
- ◆ Solitamente, dato che un'onda EM (per esempio la luce generata da una lampadina) è generata dai vari punti materiali costituenti la sorgente in maniera indipendente, **il campo elettrico oscilla in tutte le direzioni caoticamente**
- ◆ Per ottenere un'onda polarizzata linearmente da una sorgente siffatta occorre eliminare (o attenuare) il campo elettrico che oscilla in direzione diversa da quella voluta.
- ◆ Per esempio, si può far riflettere la luce su un vetro con un angolo particolare (55°) o, meglio ancora, far passare l'onda EM attraverso un **polaroid**. Esso è costituito da lamine di plastica che inglobano macromolecole lineari e che vengono sottoposte a trazione in una data direzione. Il polaroid tende ad assorbire le onde e.m. con polarizzazione ortogonale alla suddetta direzione di trazione, facendo uscire solo quelle onde con direzione pressoché parallela.



Riflessione e Rifrazione

- ◆ Quando un'onda EM (un'onda luminosa in particolare) incontra la superficie di un mezzo materiale (ad es. la superficie di una lastra di vetro) parte dell'onda penetra la superficie e parte viene riflessa
- ◆ Per ragioni di simmetria, se il mezzo è omogeneo e isotropo i raggi incidente, riflesso e trasmesso (rifratto) giacciono nello stesso piano
- ◆ L'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione
- ◆ L'angolo del raggio rifratto invece dipende dalla natura dei 2 mezzi distinti.
- ◆ La **legge di Snell** mette in relazione l'angolo di incidenza θ_1 con l'angolo rifratto θ_2 (vedi figura):

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

- ◆ n_1 e n_2 sono gli **indici di rifrazione** dei 2 materiali ($n_{aria}=1$, $n_{vetro}=1,52$). L'indice di rifrazione è un numero adimensionale che dipende dalla velocità della luce nel mezzo

