

Il corso descrive le metodologie di base della Fisica, richiamando le regole elementari dell'*Analisi dei Dati*, della *Meccanica*, dell'*Elettromagnetismo* e dell'*Ottica*.

Per superare l'esame si devono superare in modo sufficiente le due prove (Analisi dati e Meccanica, Elettromagnetismo e Ottica) durante il corso o la prova globale alle sessioni di esame successive. Istruzioni dettagliate sono disponibili sul sito.

Le prove consistono di esercizi numerici per i quali va data la risposta. Ogni esercizio ha un peso e la sua valutazione è pari al peso se la risposta è corretta, altrimenti zero. Le risposte errate non vengono valutate.

Per spiegazioni si riceve al Dipartimento di Fisica (IV piano la mattina dalle 10:00 alle 13:00 circa.

I prerequisiti sono:

Nozioni di base di algebra, manipolazione delle espressioni numeriche e letterali.

Nozioni base di Analisi Matematica: funzioni elementari, loro derivate, concetto di integrale

Possibili libri di testo

Fisica per le Scienze della Vita, Bellini, Manuzio, Piccin

Elementi di Fisica, Bersani et al., Piccin

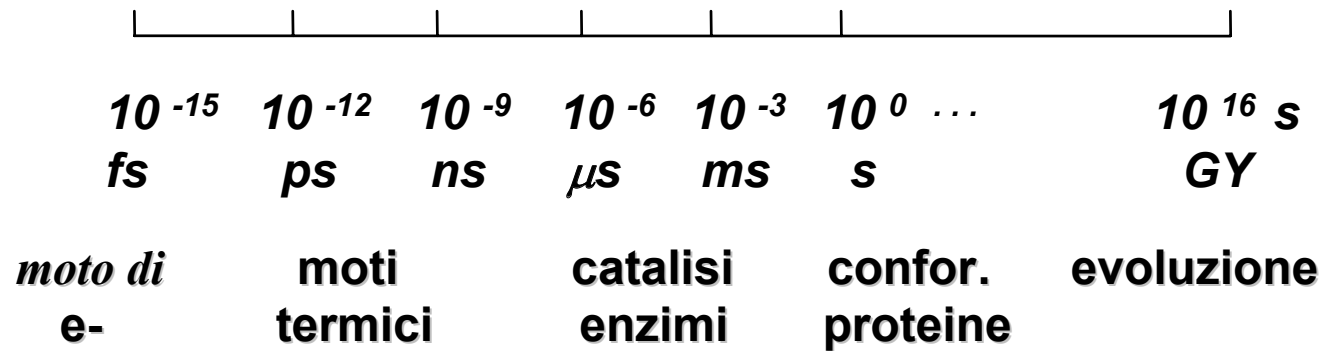
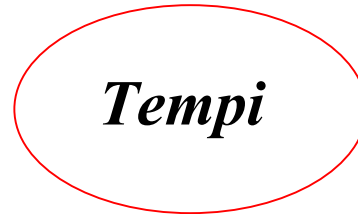
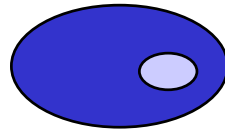
Elementi di Fisica, Mazzoldi, Nigro, Voci, EdiSES

Fondamenti di Fisica, Halliday, Resnick, Walker, Ambrosiana

Fisica per Moduli, Ruffo, Zanichelli

Importanza del tempo nel comportamento degli organismi viventi.

La cellula



Il metodo sperimentale

Tutte le scienze naturali si basano
sull'osservazione di come procedano i
fenomeni che avvengono in natura

**assumendo *a priori* il numero
minimo di ipotesi**

L'osservazione della natura si effettua su differenti scale di tempo e di spazio. Queste differenze, oltre ad altri fattori convenzionali, definiscono i limiti delle varie aree scientifiche.

Ad esempio la Biologia si occupa di vari aspetti relativi agli esseri viventi e di varie molecole rilevanti per gli organismi viventi e virus.

I limiti delle Scienze Convenzionali cambiano continuamente.

Letteralmente: la fisica è l'unica scienza naturale.

Ipotesi minime necessarie in fisica e nelle
altre scienze naturali *convenzionali*:

- 1) Causalità temporale (ogni evento dipende solo da quelli che lo precedono).
- 2) Lo spazio in cui si fanno le osservazioni è omogeneo ed isotropo (non ci sono a priori posizioni o direzioni speciali nello spazio).
- 3) Omogeneità del tempo (dal punto di vista di un'osservazione ogni istante di tempo è equivalente)

Concetto di osservazione

1) Osservazione qualitativa: gli oggetti sulla superficie della Terra, se lasciati liberi, cadono.

2) Osservazione quantitativa: gli oggetti sulla superficie della Terra, se lasciati liberi, cadono con un'accelerazione costante verso il basso di $9,80665 \text{ m/s}^2$.

L'osservazione quantitativa è estremamente importante.

Grandezze fisiche e loro misura sperimentale

*Non esiste a priori un insieme predefinito
di grandezze fisiche.*

Esse vengono introdotte man mano che vengono scoperti nuovi fenomeni.

Esistono molte grandezze fisiche immediate che fanno parte della normale esperienza.

Esempi: velocità, distanza fra due punti dello spazio.

Misura di una grandezza fisica.

La misura (valore) di una grandezza (fisica) è sempre relativa:

- 1) Si definisce l'unità di misura in modo arbitrario (che poi rimane fisso)
- 2) Si determina il rapporto fra la grandezza fisica che si vuole misurare e l'unità di misura scelta.

Il processo è sempre soggetto ad errori detti sperimentali.

Le unità di misura devono essere scelte in modo convenzionale valido per tutti.

La loro definizione universale è un'operazione complessa che viene *raffinata continuamente*.

Ad esempio il *metro* (unità di misura per le distanze) era definito, fino al 1960 con una barra di platino tenuta sempre a zero gradi centigradi (la sua lunghezza era stata scelta circa uguale ad $1/40.000.000$ della circonferenza della Terra). Dal 1960 al 1983 era definito come 1.650.763,73 volte la lunghezza d'onda della luce gialla dell'isotopo 86 del kripton. Dal 1983 ad oggi esso è $1/299.792.458$ lo spazio percorso dalla luce in 1 *secondo* (attenzione si deve definire prima il secondo).

Le unità di misura che vengono attualmente impiegate sono quelle del *Sistema Internazionale* (SI, protetto dalla Legge, <http://physics.nist.gov/cuu/Units/>).

Le unità di misura di *base* di questo sistema sono:

<i>Grandezza</i>	<i>Nome</i>	<i>Simbolo</i>
lunghezza	metro	m
massa	chilogrammo	kg
tempo	secondo	s
corrente elet.	Ampere	A
temperatura	kelvin	K
quantità di mat.	Mole	mol
intensità luminosa	candela	cd

Definizioni delle unità di base

1 m = $1/299.792.458 c_0 * 1 s$

1 kg = massa di un apposito campione di Pt-Ir conservato presso il BIPM (*Bureau International des Poids et Mesures*)

1 s = 9 192 631 770 periodi della radiazione prodotta dal ^{133}Cs (riga opportuna)

1 A = corrente che produce la forza di $2 \cdot 10^{-7}$ Newton per m, fra due fili infiniti ad 1 m di distanza

1 K = $1/273,16$ della temperatura del punto triplo dell'acqua

1 mol = quantità di sostanza che contiene tante molecole quante ve ne sono in 0,012 kg di ^{12}C

Nel SI si definiscono, oltre alle grandezze di base, le grandezze *derivate* con le relative unità di misura. Ad esempio la velocità:

$$v = [s/t] = [m/s]$$

La relazione fra parentesi quadre indica che essa è una relazione di tipo *dimensionale*.

Esempio di grandezze derivate con nomi specifici

<i>Grandezza</i>	<i>Simbolo</i>	<i>Nome</i>
Angolo piano	rad [m/ m] = 1	radiante
Angolo solido	sr [m ² /m ²] = 1	steradiane
Frequenza	Hz [s ⁻¹]	hertz
Forza	N [m kg/s ²]	newton
Pressione o sforzo	Pa [N/m ²]	pascal
Energia o lavoro	J [N m]	joule
Potenza	W [J/s]	watt
Carica elettrica	C [s A]	coulomb
Differenza di potenziale	V [W/A]	volt

Di tutte le unità si definiscono multipli e sottomultipli. Tra quelli previsti nel SI ci sono:

<i>Sottomultipli</i>			<i>Multipli</i>		
f	femto	10^{-15}	k	kilo	10^3
p	pico	10^{-12}	M	mega	10^6
n	nano	10^{-9}	G	giga	10^9
μ	micro	10^{-6}	T	tera	10^{12}
m	milli	10^{-3}	P	peta	10^{15}

<http://www.digitaldutch.com/unitconverter/>

Ad esempio:

$$1 \text{ Pm} = 10^{15} \text{ m} \quad (\sim 0.1 \text{ anni luce})$$

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} \quad (\sim \text{passeggiata})$$

$$1 \text{ }\mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m} \quad (\sim \text{microrganismo})$$

$$0.1 \text{ nm} = 10^{-10} \text{ m} \quad (\sim \text{atomo})$$

$$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m} \quad (\sim \text{diametro del protone})$$

Nella pratica si effettuano osservazioni quantitative o
Misure

Gli strumenti di misura possono essere molto
semplici ma anche molto complessi e composti
di numerose parti.

Ripetibilità delle misure.

Ogni osservazione sia qualitativa che quantitativa deve dare lo stesso risultato se ripetuta nelle stesse condizioni in luoghi diversi ed in tempi diversi

Ogni strumento di misura è caratterizzato da:

1) Sensibilità

2) Precisione

3) Intervallo di misura (o portata)

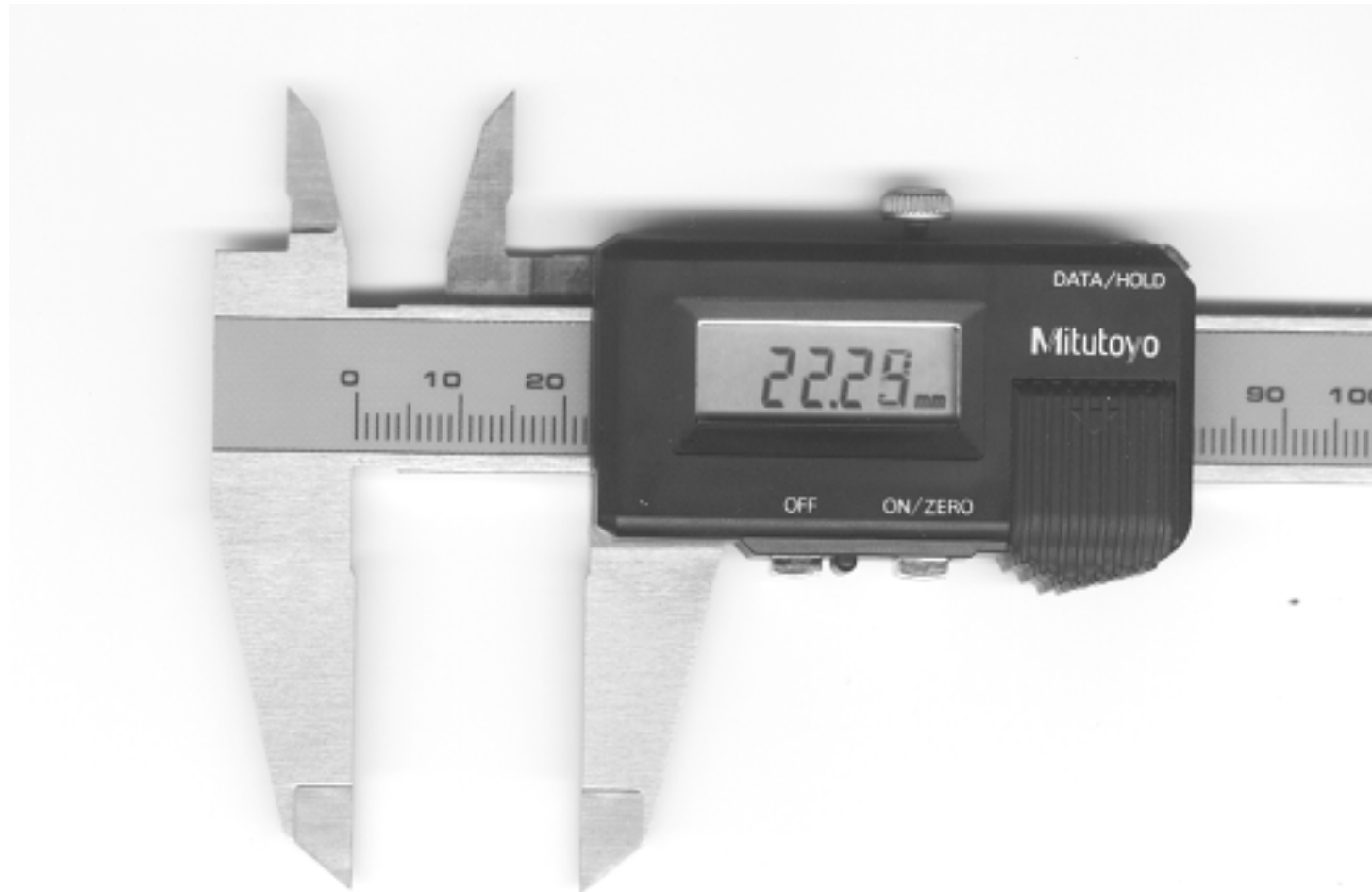
4) Ripetibilità

La *sensibilità* è il rapporto fra la risposta dello strumento ed il valore della grandezza

La *precisione* è l'effettiva corrispondenza fra il valore fornito dallo strumento e l'effettivo valore della grandezza che si sta misurando

L'*intervallo di misura* si riferisce al minimo ed al massimo valore misurabile della grandezza che si vuole misurare

Calibro digitale (centesimale)



Gli errori sperimentali

Ogni misura è soggetta ad errori sperimentali.

Essi sono di due tipi, sistematici e casuali:

- 1) Imperfezioni dell'unità di misura intrinseche allo strumento impiegato (sistematico)
- 2) Errori dovuti al processo di confronto fra grandezza ed unità di misura (sistematico)
- 3) Processi casuali che fanno variare il risultato in modo imprevedibile (casuale)

Gli errori sistematici *non sono controllabili*, essendo strettamente connessi allo strumento impiegato. Il solo modo di controllo è l'impiego di un secondo strumento.

Ad esempio: un calibro può essere tarato controllando che dia il risultato corretto nella misura di uno spessore di 50 mm noto a priori.

Gli errori sistematici possono essere legati ad una cattiva taratura, ma, più comunemente, alle caratteristiche costruttive.

Ad esempio le punte del calibro possono essere troppo flessibili.

La taratura può essere effettuata su tutto l'intervallo accessibile allo strumento, in questo modo si minimizzano gli errori sistematici.

Gli errori casuali si presentano in vari modi.
ad esempio in una misura con il calibro si
possono ottenere diversi risultati:

1) Lo spessore che si deve misurare non è
completamente regolare.

2) L'allineamento tra il calibro e lo spessore
non è mai esattamente lo stesso.

In condizioni ottimali uno strumento come il calibro
fornisce una misura che ha solo un errore di lettura.

Il risultato si indica nella forma:

$$g = g_{letta} \pm \Delta g$$

La forma:

$$g = g_{\text{letta}} \pm \Delta g$$

Indica che la grandezza g ha valore che è compreso fra:

$$g_{\text{letta}} - \Delta g \text{ e } g_{\text{letta}} + \Delta g$$

Δg è detto *errore di lettura*. Le condizioni ottimali si ottengono quando la grandezza da misurare è costante meglio del limite di lettura dello strumento (di fatto Δg).

Ad esempio, nel caso del calibro ventesimale

$\Delta g = 1/20 \text{ mm}$, ovvero $\Delta g = 0,05 \text{ mm}$

Il calibro digitale ha invece $\Delta g = 0,01 \text{ mm}$,
cioè $10 \mu\text{m}$.

Un normale metro a striscia metallica ha
divisioni di 1 mm . In questo caso si assume di
poter apprezzare $1/2$ divisione, cioè $\Delta g = 0,5 \text{ mm}$

Spesso, ripetendo la misura, nelle stesse condizioni e con lo stesso strumento non si ottiene lo stesso risultato a causa di varie fattori che fanno *fluttuare* la determinazione.

In questo caso si ottiene solo una *determinazione statistica* del valore della grandezza.

A volte la fluttuazione statistica è un fatto *intrinseco*.

Esempio 1: se si misura con il calibro molto sensibile è impossibile ottenere sempre lo stesso risultato. In questo caso la grandezza potrebbe (*forse*) essere ben definita, ma il *metodo di misura* introduce fluttuazioni.

Esempio 2: si vuole misurare il numero di globuli rossi nel sangue. Ovviamente non si misurano tutti, ma solo il numero per unità di volume, in un volume piccolo, adatto al microscopio. In ogni piccolo volume *non* si trova sempre lo *stesso numero* di globuli rossi.

Per dare senso a questo tipo di misure si fa ricorso al concetto di *probabilità*.

Limitandosi al caso finito

La probabilità del verificarsi di un evento è *definita* come il rapporto fra il numero di casi favorevoli N_f (al fatto che l'evento accada) ed il numero di casi possibili N_p :

$$P = N_f / N_p \quad 0 \leq P \leq 1$$

Il concetto di probabilità è astratto, tuttavia si enuncia il seguente principio. Se si ripete una prova un numero arbitrariamente grande di volte N (ad esempio il lancio di una moneta), il rapporto fra il numero di volte in cui si verifica un evento N_f (ad esempio il fatto che la moneta cada con testa verso l'alto) ed N , verifica:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_f}{N} = p$$

Esempio 1:

la probabilità che esca il 32 in un'estrazione singola al lotto è il rapporto fra 1 (un solo caso di uscita del numero scelto) e 90 (il numero di possibili estrazioni):

$$P_{32} = 1/90$$

Esempio 2:

La probabilità che, lanciando un dado, esca 3 è:

$$P_3 = 1/6$$

La probabilità che esca 3 in due lanci è:

$$P_{3-3} = 1/36$$

Infatti su due lanci c'è 1 evento favorevole su $6 \times 6 = 36$ eventi totali possibili.

Si ha la seguente regola: la probabilità che due eventi (l'estrazione di due volte 3) o più eventi di probabilità p_1, \dots, p_n si verificano è:

$$P_{1-n} = P_1 \cdots P_n$$

Esempio 3:

La probabilità che, lanciando un dado, escano o 2 o 3 è:

$$P_3 = 2/6$$

Infatti si hanno due eventi favorevoli su 6 eventi totali possibili.

Si ha la seguente regola: la probabilità che due eventi (l'estrazione di 2 o 3) o più eventi di probabilità p_1, \dots, p_n si verifichino in alternativa è:

$$p_{1-n} = p_1 + \dots + p_n$$

Esistono casi finiti ma di complessità crescente. Ad esempio, la probabilità che, lanciando un dado 10 volte, 3 volte esca 6. Per trattare questi casi si introduce la **distribuzione di probabilità**:

$p_N(k)$. Vale sempre la proprietà: $\sum_{k=0}^N p_N(k) = 1$.

Essa è la probabilità che si verifichi k (3 nell'esempio) volte un certo evento (uscita del 6 nell'esempio) su N (10 nell'esempio) prove.

Il caso considerato è detto della distribuzione ***binomiale***. La probabilità del singolo evento è p , la probabilità di k eventi su N è:

$$p_N(k) = \binom{N}{k} p^k (1 - p)^{N-k}$$

$$\binom{N}{k} = \frac{N!}{k!(N - k)!}$$

Un'altra distribuzione di probabilità molto importante si riferisce ad un evento di probabilità molto bassa (al limite tendente a 0) per il quale si effettuano moltissime prove (al limite $N \rightarrow \infty$, ma $Np = m$, finito). Questa è detta distribuzione di **Poisson**:

$$p(k) = \frac{m^k}{k!} e^{-m}$$

Si misuri la velocità di un oggetto determinando la distanza tra due punti ed il tempo necessario a percorrere questa distanza.

$$d = 5.000 \pm 0.002 \text{ m}$$

$$t = 150 \pm 2 \text{ ms}$$

La velocità è quindi:

$$v = 33.33... \text{ m/s}$$

$$v_{min} = 4.998/0.152 = 32.881... \text{ m/s}$$

$$v_{max} = 5.002/0.148 = 33.797... \text{ m/s}$$

L'errore viene quindi determinato sulla velocità a partire dal valore minimo e quello massimo.

$$v - v_{min} = 0.452... \text{ m/s} \quad v_{max} - v = 0.463... \text{ m/s}$$

Le due differenze sono praticamente uguali e possono rappresentare l'errore sulla grandezza derivata v .

$$v = 33.3 \pm 0.5 \text{ m/s}$$

Questa procedura si potrebbe applicare in ogni caso.

Nel caso delle distribuzione di probabilità è utile introdurre i seguenti concetti:

Media e Varianza

$$\langle k \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k p(k) = m$$

$$\sigma^2 = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 p(k) - m^2 = m$$

Calcolo della media della distribuzione di *Poisson*

$$\langle k \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{m^k e^{-m}}{k!} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{m^k}{(k-1)!} e^{-m} =$$

$$m e^{-m} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{m^h}{h!} = m e^{-m} e^m = m$$

Calcolo della varianza della distribuzione di Poisson

$$\langle k^2 \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} k^2 \frac{m^k e^{-m}}{k!} = e^{-m} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{km^k}{(k-1)!}$$

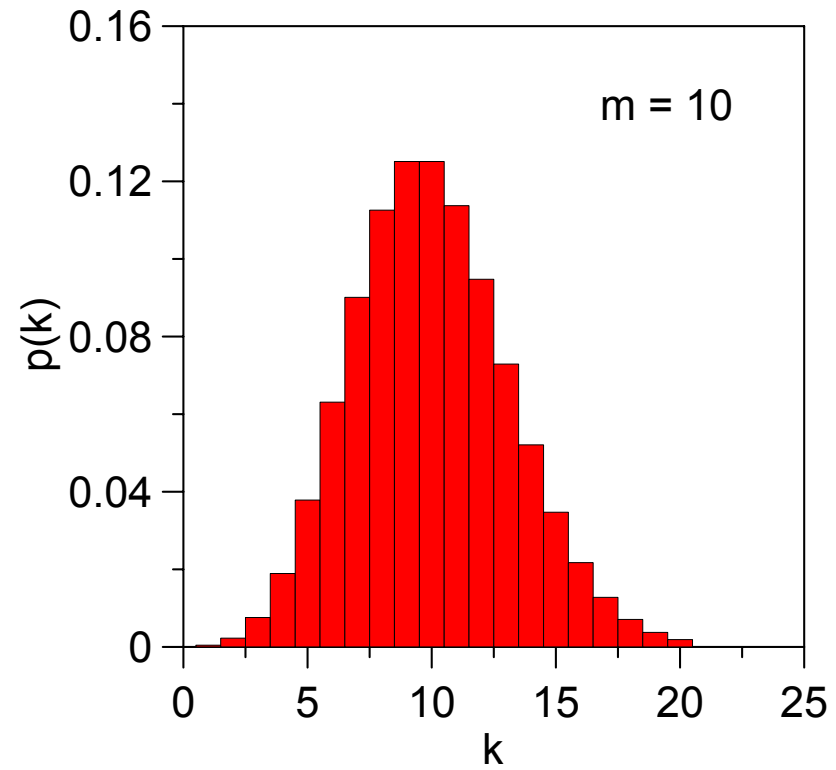
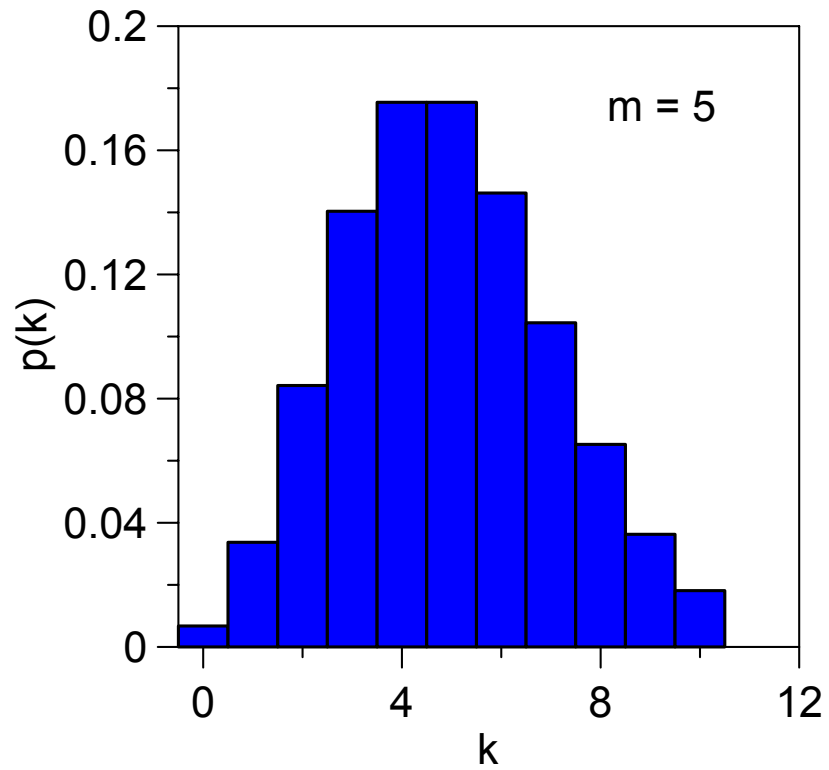
$$e^{-m} \sum_{h=0}^{\infty} \frac{(h+1)m^{h+1}}{h!} = e^{-m} m \left[\sum_{h=0}^{\infty} \frac{hm^h}{h!} + \sum_{h=0}^{\infty} \frac{m^h}{h!} \right] =$$

$$m \sum_{h=0}^{\infty} \frac{hp(h)}{h!} + me^{-m} e^m = m^2 + m$$

$$\sigma^2 = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2 = m^2 + m - m^2 = m$$

Esempio. Nel conteggio dei globuli rossi nel sangue si parte dal fatto che siamo di fronte a numeri totali molto alti. Se si considera un volume di sangue dove ce ne siano solo una decina, la distribuzione del numero di globuli rossi per ogni volume uguale è una *distribuzione di Poisson*.

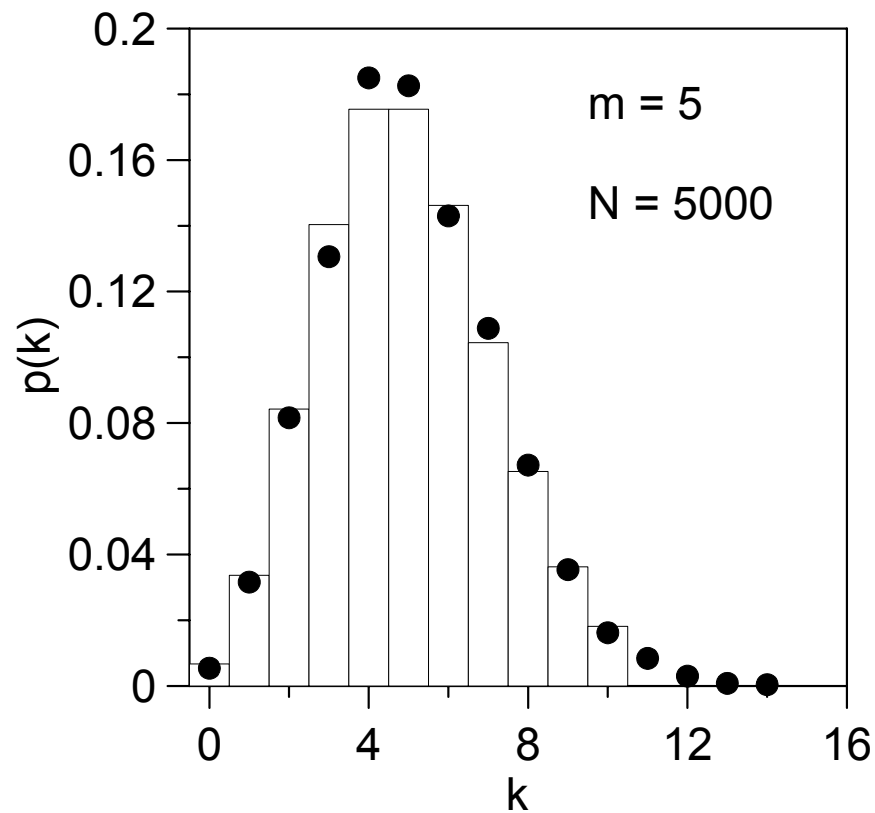
Tipiche distribuzioni di Poisson.



Come si vede, facendo conteggi piccoli, c'è un'elevata probabilità che il numero misurato sia abbastanza lontano da quello che ci si aspetta. Nelle misure intrinsecamente statistiche la varianza ha il ruolo di quadrato dell'errore. Convenzionalmente, nel caso di distribuzioni di Poisson, dopo una singola misura, si scrive

$$g = g_0 \pm \sqrt{\sigma^2}$$

Confronto fra la distribuzione di Poisson e un
processo che deve seguire questa
distribuzione.



Nel limite in cui m sia molto grande (superiore a circa 20), allora la distribuzione di Poisson si trasforma nella distribuzione di Gauss o *Gaussiana*. Essa è detta anche distribuzione normale.

$$p(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(\frac{-(k - m)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\sigma = \sqrt{m}$$

Esempio.

Si supponga di dover determinare il valore di una grandezza con distribuzione di Poisson a media bassa (ad esempio circa 5). Effettuando una singola determinazione si ottiene una stima del tipo:

$$k = k_{mis} \pm \sqrt{k_{mis}}$$

se $k_{mis} = 4$, allora la radice della varianza é 2

È evidente che l'indeterminazione è eccessiva. Per ridurla si studia prima la

Propagazione degli errori

Si hanno due casi:

- 1) Lettura di uno strumento (ad esempio il calibro)
- 2) Misura di una grandezza soggetta a fluttuazioni casuali (variabile aleatoria)

Caso 1). Si abbiano due grandezze, A e B che vengono misurate con relativo errore ΔA e ΔB . Si abbia una terza grandezza G che sia funzione delle altre due e quindi sia una grandezza *derivata*. L'errore su G è:

$$G = F(A, B)$$

$$\Delta G = \left| \frac{\partial F(A, B)}{\partial A} \right| \Delta A + \left| \frac{\partial F(A, B)}{\partial B} \right| \Delta B$$

Esempio:

$$G = A + B$$

$$\Delta G = \Delta A + \Delta B$$

$$G = k A$$

$$\Delta G = k \Delta A$$

$$G = k A^2$$

$$\Delta G = k 2 A \Delta A$$

Caso 2). Si abbiano due grandezze (aleatorie), A e B che vengono misurate con varianze ΔA^2 e ΔB^2 . Si abbia una terza grandezza G che sia funzione delle altre due e quindi sia una grandezza *derivata*. La varianza ΔG^2 di G è:

$$G = F(A, B)$$

$$\Delta G = \sqrt{\left(\frac{\partial F(A, B)}{\partial A} \Delta A\right)^2 + \left(\frac{\partial F(A, B)}{\partial B} \Delta B\right)^2}$$

Un caso particolare di applicazione della propagazione degli errori è la media di più misure. Si abbia la grandezza fluttuante dell'esempio precedente:

$$k = k_{mis} \pm \sqrt{k_{mis}}$$

se $k_{mis} = 4$, allora la radice della varianza é 2

Si effettuino N determinazioni di k e si calcoli la media e la varianza delle N determinazioni.

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i$$

La varianza di $\langle k \rangle$ é quindi

$$\sigma_{\langle k \rangle}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N k_i^2 = \frac{\langle k^2 \rangle}{N}$$

La varianza della media risulta quindi minore della varianza di una singola determinazione.

Infatti si ha:

$$\sqrt{\sigma_{\langle k \rangle}^2} = \sqrt{\frac{k}{N}}$$

Nell'esempio numerico precedente, se $N = 100$ si ha:

$$\sqrt{\sigma_{\langle k \rangle}^2} = 0.2 \text{ invece di } 2$$

La procedura di media riduce in modo considerevole la varianza e permette una stima accurata di determinate grandezze. Gli esempi legati a conteggi di oggetti sono i più comuni.

Le relazioni che definiscono la propagazione degli errori partono dall'assunto che essi siano *piccoli* e sono ricavate effettuando uno sviluppo in serie della funzione.

Gli errori che vengono dedotti, sia dalle misure dirette, che per grandezze derivate, sono sempre delle *stime*.

Spesso conviene anche indicare *l'errore relativo*.
Esso è il rapporto fra l'errore (anche statistico) ed il
valore della grandezza:

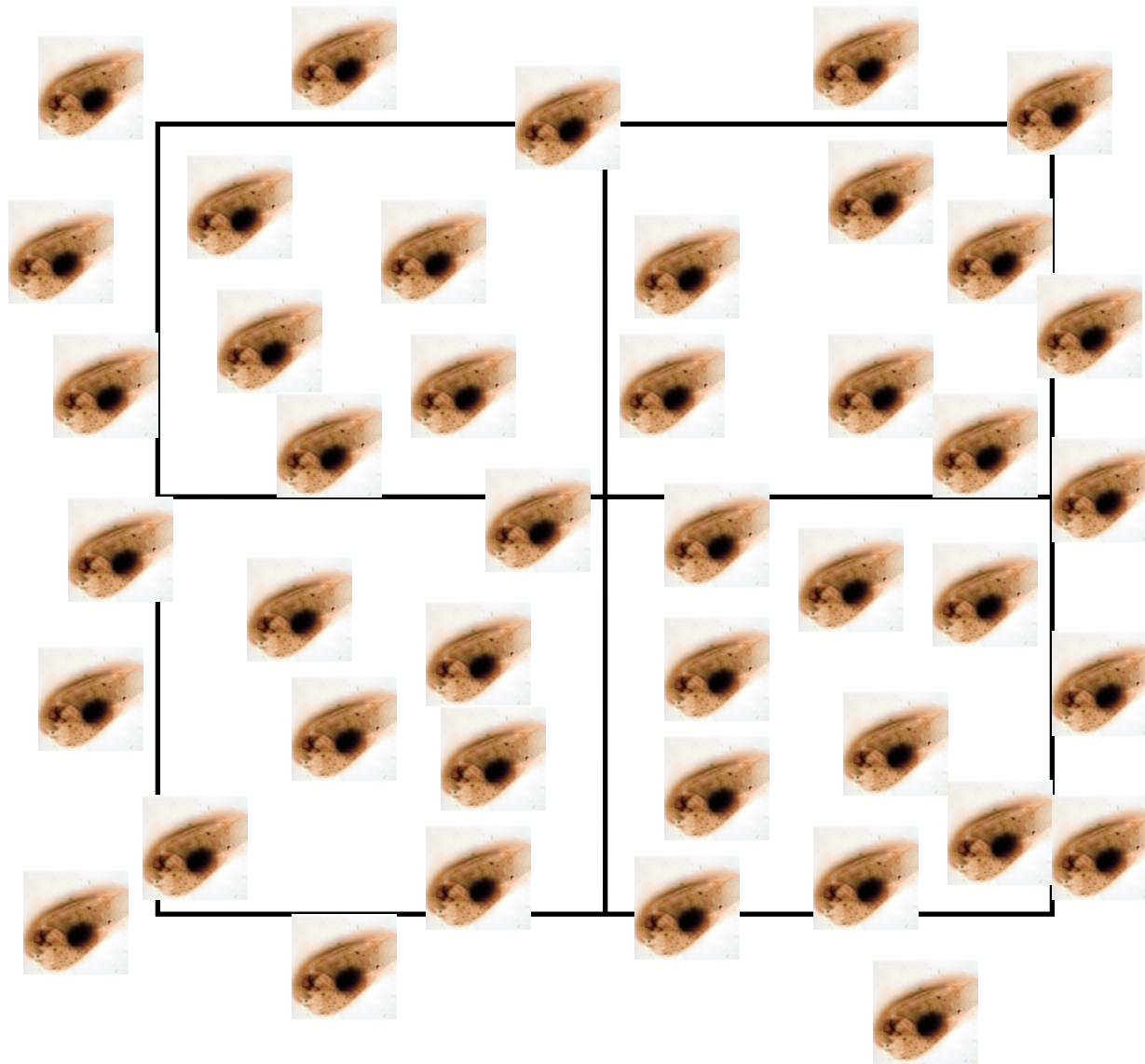
$$\Delta g_{\text{rel}} = \Delta G/G$$

Per presentare il risultato è importante anche l'uso
corretto delle *cifre significative*. Ad esempio:

10.25 ± 0.15 1.03 ± 0.02 3289 ± 5

Esempio pratico.

Si vuole determinare, per mezzo di un microscopio, il numero medio per unità volume, di microrganismi presenti in un campione disposto su di un vetrino. Essendo il numero troppo elevato **NON** si possono contare tutti. Si utilizza quindi un sistema di divisione del campo in vari quadrati che contengano un numero piccolo di microrganismi, tipicamente dell'ordine di 10.



Campo di Brooklynella – protozoo patogeno dei pesci

Nei quattro quadrati vi sono, rispettivamente, 5, 7, 6, 8 microrganismi.

La media risulta quindi 6.5. La distribuzione dovrebbe essere di Poisson e quindi la varianza della distribuzione è la radice quadrata di 6.5, cioè 2.5. Tuttavia l'informazione cercata è il valor medio del numero di microrganismi per unità di volume, quindi l'indeterminazione nella misura viene stimata come la *varianza della media*, cioè 1.3.

Alcune semplici regole di derivazione

$$f(x) = x^n \quad \frac{df}{dx} = nx^{n-1}$$

$$f(x) = \sin(x) \quad \frac{df}{dx} = \cos(x) \quad f(x) = \cos(x) \quad \frac{df}{dx} = -\sin(x)$$

$$\frac{df(ax)}{dx} = a \frac{df}{dx} \quad \frac{d[f(x)g(x)]}{dx} = f(x) \frac{dg}{dx} + \frac{df}{dx} g(x)$$

$$\frac{d[1/f(x)]}{dx} = -\frac{1}{f^2(x)} \frac{df}{dx}$$

ANALISI DIMENSIONALE

Come ricavare delle informazioni dal solo confronto delle unità di misura delle grandezze in uso

Come essere uno Scienziato o un Ingegnere

I passi per comprendere e/o controllare un fenomeno (fisico)

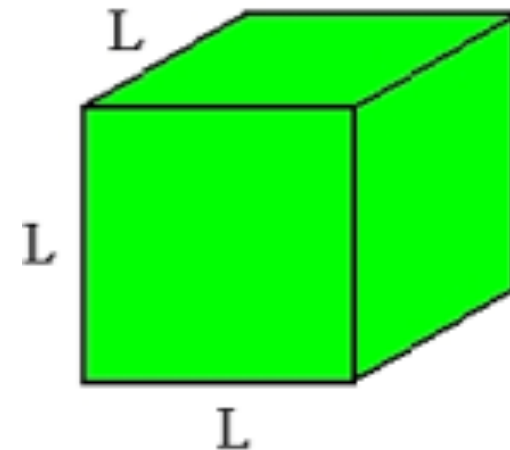
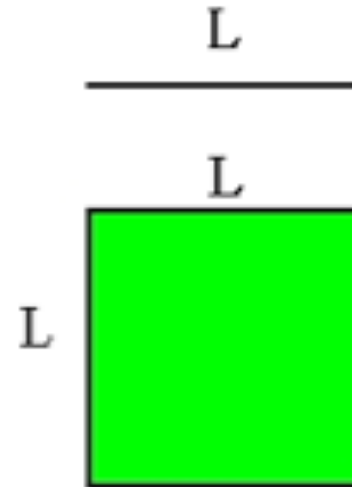
1. Identificare le variabili (fisiche) rilevanti
2. Connettere queste variabili usando le leggi (fisiche)
3. Risolvere le equazioni risultanti

A volte la procedura è molto complessa, ma si può ricorrere all'analisi dimensionale

- Le leggi devono essere indipendenti dalle unità di misura che sono arbitrarie: **La natura non si preoccupa del fatto che si misurino le lunghezze in cm o pollici o anni luce!**
- Controllare le unità: **tutte le relazioni devono essere dimensionalmente corrette**

Analisi Dimensionale

- La distanza ha dimensione L .
- L'area ha dimensione L^2 .
- Il volume ha dimensione L^3 .
- Il tempo ha dimensione T .
- La velocità ha dimensione L/T



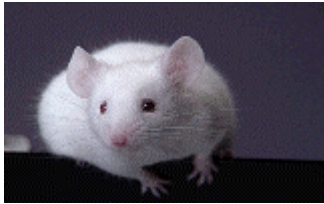
Perché non ci sono piccoli animali nelle regioni polari?

- Perdita di calore \propto Superficie (L^2)
- Massa \propto Volume (L^3)
- Perdita di calore/Massa \propto Superficie/Volume
= L^2 / L^3
= L^{-1}

Perdita di calore/Massa \propto Area/Volume

$$= L^2 / L^3$$

$$= L^{-1}$$



Topo (L = 5 cm)

$$1/L = 1/(0.05 \text{ m})$$

$$= 20 \text{ m}^{-1}$$

20 : 0.5 o 40 : 1



Orso polare (L = 2 m)

$$1/L = 1/(2 \text{ m})$$

$$= 0.5 \text{ m}^{-1}$$

Quindi un animale delle dimensioni di un topo perde molto più calore che uno delle dimensioni di un orso

Il Teorema di Pitagora

- Area totale = $F(\theta) c^2$
- $A_1 = F(\theta) b^2$
- $A_2 = F(\theta) a^2$
- Area = $A_1 + A_2$

$$\cancel{F(\theta)} c^2 = \cancel{F(\theta)} a^2 + \cancel{F(\theta)} b^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Il teorema è quindi direttamente
ottenibile da un'analisi dimensionale

