

Elettricità e Magnetismo

Questa parte riguarda l'osservazione di una grande classe di fenomeni che coinvolgono le cariche elettriche, le correnti elettriche ed il magnetismo.

L'esistenza delle cariche era nota fin dall'antichità, tuttavia solo dopo l'avvento del metodo scientifico (Galileo 1564-1642 e Newton 1643-1727) il problema degli effetti delle cariche viene studiato con sufficiente attenzione.

È Charles Augustin Coulomb (1736-1806) che compie i primi passi nello studio delle forze che si esercitano fra le cariche elettriche.

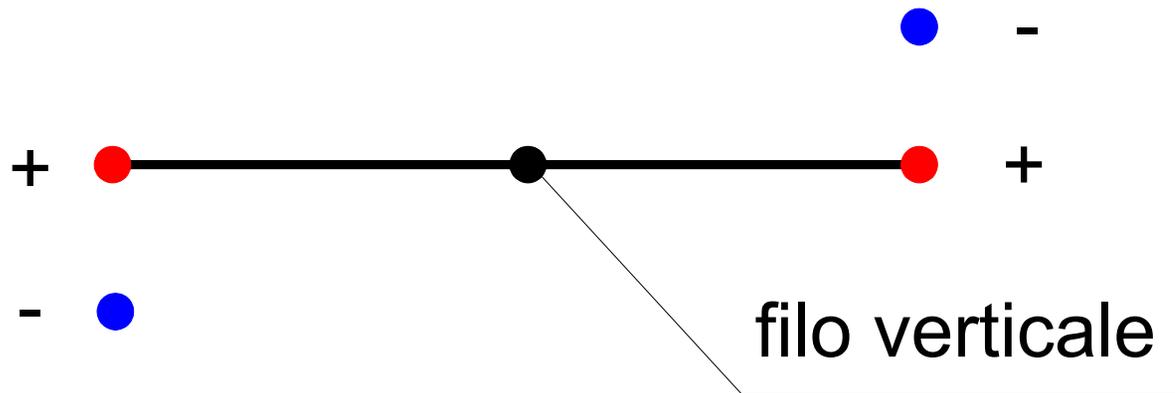


Coulomb fa ancora parte degli scienziati osservatori della natura, ma allo stesso tempo matematici. Alla sua epoca non esiste ancora la differenziazione convenzionale fra le scienze naturali fra di loro e fra le scienze naturali e la matematica.

Il metodo introdotto da Coulomb è molto ingegnoso. Egli impiega una

bilancia di torsione,

Cioè uno strumento estremamente sensibile per misurare le piccole forze.



La bilancia di torsione si basa sul fatto che il sistema raggiunge l'equilibrio quando la forza esercitata fra le cariche è uguale alla forza dovuta alla torsione del filo. La torsione del filo segue una forma della legge di Hooke.

$$F_t = K\theta$$

$$F_t = F_c$$

Misurando l'angolo di torsione si determina la forza che agisce fra le cariche.

Questo semplice strumento mette in evidenza l'esistenza di due tipi di cariche elettriche che vengono convenzionalmente chiamate

positive e negative.

Le forze fra le cariche elettriche sono diverse per cariche di tipo diverso e si sviluppano

senza alcun mezzo intermedio.

Esse sono

azioni a distanza.

Coulomb ha incontrato seri problemi nel dedurre la legge fra le cariche. Infatti le forze elettriche che si possono produrre in laboratorio (nel 1700) sono molto piccole perché le cariche che si producono sono piccole. Effettuando gli esperimenti Coulomb stabilisce che la **forza cresce** con il **crescere** della carica elettrica e **diminuisce** al **crescere** della distanza fra le cariche. Le cariche possono essere misurate con relativa accuratezza con l'**elettroscopio**, ma le forze non hanno sufficiente accuratezza.

L'elettroscopio è un semplice strumento che serve per la misura delle cariche per confronto con un'unità di misura. Uno dei primi elettroscopi è dovuto a Michael Faraday, (1791-1867). Un'altra versione perfezionata è dovuta ad Alessandro Volta (1745-1827). Il suo funzionamento è legato alla legge di forza fra le cariche ed è quindi coerente con esso.

L'elettroscopio (attualmente detto anche elettrometro) recentemente si è molto evoluto.



La legge che Coulomb riesce a dedurre dagli esperimenti è del tipo:

$$F = K \frac{Q_1 Q_2}{R^\alpha}$$

Dove l'esponente α è un numero che va da circa 1 a circa 3. La forza si esercita lungo la congiungente delle due cariche che sono supposte *puntiformi*.

Coulomb ebbe la geniale idea di confrontarsi con l'analogia legge stabilita per la gravitazione universale di Newton. La legge stabilita per la gravitazione da Newton si avvantaggia del fatto che in natura esistono le grandi forze gravitazionali che si esercitano fra i corpi celesti, i cui moti e posizioni sono noti con grandissima accuratezza fin dall'antichità.

$$F = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$

Questa legge, all'epoca di Coulomb, ha già dimostrato di essere direttamente connessa con le leggi di Keplero. L'accuratezza dell'esponente di R è fuori discussione ed il valore 2 è da considerarsi assodato in quanto da esso discende la terza legge di Keplero.

L'analogia fra le due leggi di forza sembra utilizzabile al fine di stabilire $\alpha = 2$.

La legge che Coulomb stabilisce con la sua analisi degli esperimenti effettuati sostiene in modo abbastanza chiaro l'idea dell'azione a distanza. Da questa idea scaturisce poi il concetto di *campo*, che si estenderà poi a molti settori della fisica.

Tuttavia, come sempre succede nell'osservazione del mondo naturale, assumendo una legge matematica per un fenomeno, si hanno anche numerose conseguenze, a volte inaspettate e non facilmente intuibili dagli esperimenti.

L'introduzione delle azioni a distanza porta in modo quasi inevitabile ad introdurre un ausilio, inizialmente matematico, che poi assume il ruolo di una vera e propria grandezza fisica.

In luogo di limitarsi all'uso delle forze si introduce, quindi, una nuova grandezza (vettoriale) detta campo elettrico prodotto dalla carica Q .

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = K \frac{Q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

La funzione $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ è un artificio matematico che risulta equivalente alla legge di forza di Coulomb.

Infatti è sufficiente assumere che la forza che si esercita su un'altra carica q sia data da:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}(\mathbf{r}) = K \frac{qQ}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

L'introduzione del concetto di campo elettrico semplifica notevolmente la trattazione delle forze elettriche, anche perché si introduce la carica Q come *generatore* del campo. In questo modo si riesce a trattare sistemi molto complessi di cariche.

Gli esperimenti condotti sulle cariche portano infatti a concludere che le forze elettriche, e quindi i campi elettrici, prodotti dalle cariche sono additivi. Questo significa che il campo in un punto \mathbf{r} , prodotto da varie cariche, ad esempio due cariche Q_1 e Q_2 , è uguale al campo prodotto in quel punto da ognuna delle due cariche,

indipendentemente dalla presenza dell'altra.

Si può scrivere quindi:

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) = K \frac{Q_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_1|^2} \quad \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) = K \frac{Q_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_2|^2}$$

$$\mathbf{E}_{tot}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r})$$

Questo risultato è di grande importanza concettuale e risulta confermato da tutti gli esperimenti effettuati.

L'introduzione del campo elettrico consente un uso molto efficace della matematica (in particolare il *calcolo* sviluppato da Leibnitz (1646-1716) in precedenza). Ad esempio si nota che il campo elettrico si può derivare da una funzione scalare detta *potenziale*, che potrà poi essere connessa anche all'energia potenziale del campo elettrico.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathit{grad}[V(\mathbf{r})] = \nabla V(\mathbf{r})$$

L'introduzione del campo elettrico permette anche di introdurre il teorema di Gauss (1777-1855). Gauss introduce il teorema come risultato completamente matematico. Esso tuttavia ha un'enunciazione semplice di contenuto fisico molto importante.



Gauss Carl Friedrich,
1777-1855

Il campo elettrico all'interno di una superficie sferica uniformemente carica è nullo.

Un corollario di questo teorema (che è valido anche per la forza gravitazionale) è che la forza gravitazionale prodotta all'interno di una sfera è dovuta solo alla materia più vicina al centro rispetto al punto che si considera e non alla materia più esterna.

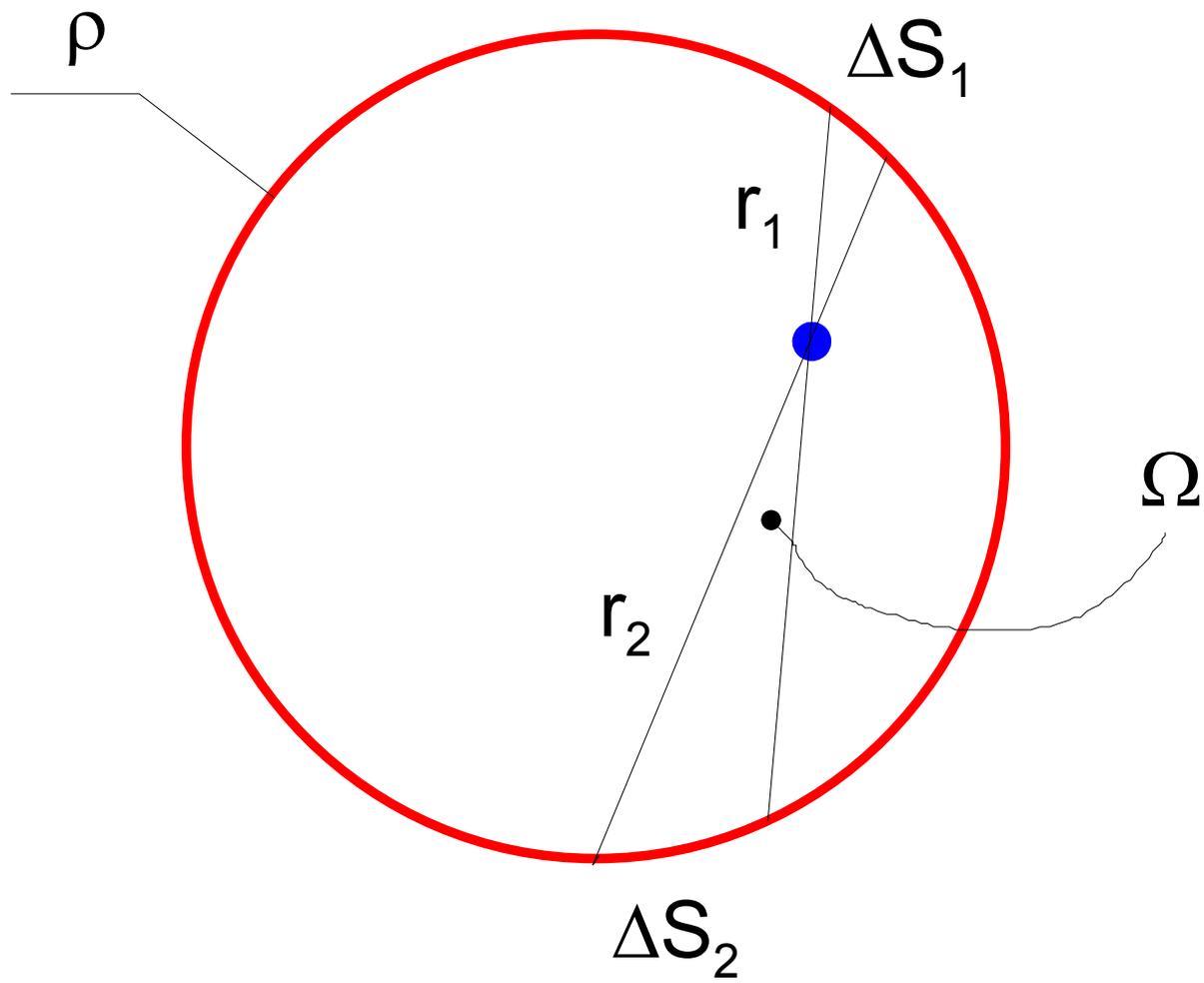
Questo risultato può essere ottenuto per mezzo del teorema di Green (1793-1841), che può essere visto come un'estensione del teorema di integrazione per parti delle funzioni di una variabile. Esiste tuttavia una semplice dimostrazione di tipo geometrico-algebrico.

A questo fine si fa riferimento ad un semplice schema della sezione della sfera carica.

Si assume di avere una sfera di raggio R e la cui parete esterna ha uno spessore Δt piccolo rispetto al raggio. La sfera contiene una carica uniformemente distribuita nel volume della pellicola sferica. Si introduce quindi la densità di carica.

La densità di carica è definita come il rapporto fra la carica elettrica ed il volume:

$$\rho = Q/V = Q/(4 \pi R^2 \Delta t)$$



Gli elementi di superficie si suppongono molto piccoli in modo che le distanze r_1 ed r_2 non siano dipendenti dal punto sulla superficie.

I campi elettrici prodotti nel punto centrale (assolutamente arbitrario) dalle cariche sui due elementi di superficie sono facilmente ottenibili dalla definizione iniziale di campo.

$$E_1 = K \frac{\Delta S_1 \Delta t \rho}{r_1^2} = \rho \Omega \Delta t$$

$$E_2 = K \frac{\Delta S_2 \Delta t \rho}{r_2^2} = \rho \Omega \Delta t$$

I due campi hanno la stessa intensità ma agiscono in senso opposto, annullandosi. È quindi evidente che anche il campo totale (somma di quelli prodotti da tutti gli elementi di superficie) è nullo.

Avendo introdotto le forze elettriche è immediato porsi il problema di stabilire se queste siano delle *forze conservative*.

Data la forma della legge di forza è relativamente semplice stabilire che, sia la forza di Newton per la gravitazione, che la forza elettrica di Coulomb,

Sono forze conservative.

Infatti esiste la corrispondente funzione $V(\mathbf{r})$ o energia potenziale.

Essendo il problema intrinsecamente a tre dimensioni è necessario impiegare le formule tridimensionali:

$$\mathbf{F} = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}} = -\nabla V \quad V = K \frac{Q_1 Q_2}{r}$$

Per controllare la correttezza della relazione si usa la seguente regola:

$$\nabla \frac{1}{r} = -\frac{1}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

È utile nello studio dei campi elettrici introdurre il concetto di potenziale (elettrico). Data una carica Q che genera un campo elettrico, se $V(\mathbf{r})$ è l'energia potenziale di un'altra carica q , allora il potenziale $U(\mathbf{r})$ (che si connette in modo semplice con il campo elettrico della carica Q) è definibile come:

$$q U(\mathbf{r}) = -V(\mathbf{r})$$

$$\nabla U(\mathbf{r}) = \mathbf{E}(\mathbf{r})$$

È importante osservare che gli effetti del campo elettrico sono visibili solo come forze che agiscono sulle cariche. Quindi, essendo il campo elettrico direttamente legato alle *derivate* del potenziale, è sempre possibile modificare il potenziale per una costante senza alterare il risultato in termini di forze elettriche. In altre parole, la quantità importante non è il potenziale ma la *differenza di potenziale* (ddp) fra due punti. Solo la ddp definisce la forza elettrica che agisce sulle cariche.

L'unità di misura delle cariche elettriche è il Coulomb (C), che è definito in termini della corrente elettrica (vedi il SI e la legge di Ohm discussa in seguito). L'unità di misura del potenziale è il Volt (V), la quale viene derivata dall'unità di misura dell'energia (potenziale) e da quella della carica elettrica, cioè 1 V è il potenziale che da alla carica di 1 C l'energia potenziale di 1 J. L'unità di misura del campo elettrico è derivata da quella del potenziale ed è il V/m.

Nel sistema internazionale la costante che appare nella legge di Coulomb è nota senza errore. Il suo valore è:

$$K = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = \frac{1}{4\pi 8.854187...10^{-12}}$$

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \quad \mu_0 = 4\pi 10^{-7}$$

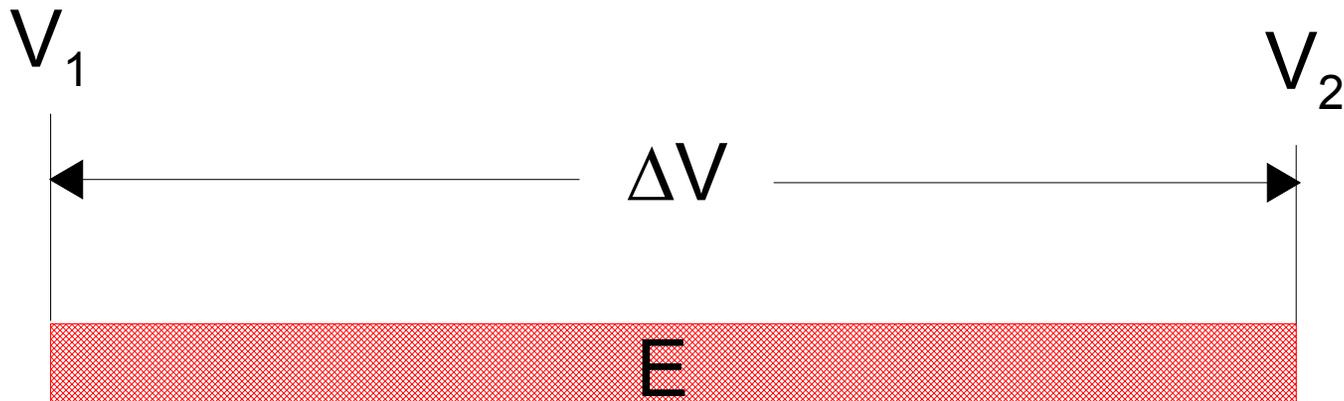
La corrente elettrica e la legge di Ohm (1789-1854)



Dopo aver discusso le proprietà delle cariche ferme (elettrostatica) è possibile introdurre i fenomeni che si verificano quando le cariche sono in moto.

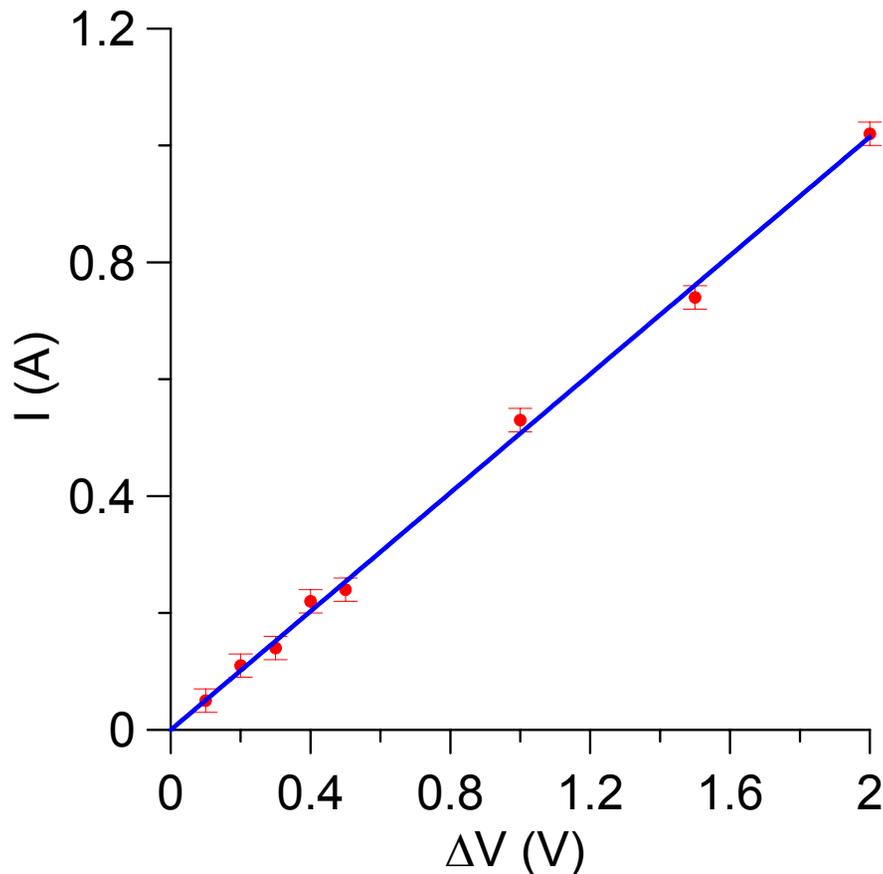
Il caso più semplice che si considera è il moto delle cariche all'interno di un conduttore. Sebbene sia oggi noto che questo processo è, nel dettaglio, molto complesso, esso può essere descritto in modo relativamente semplice. Se in un conduttore sono presenti delle cariche elettriche, l'applicazione di un campo elettrico ad esso comporta il trasporto delle cariche secondo le forze stabilite dal campo elettrico stesso.

L'esperimento più semplice che può essere effettuato consiste nello studiare la carica che fluisce al secondo attraverso un conduttore costituito da un cilindro di materiale metallico.



Il campo elettrico è uniforme e corrisponde ad una *differenza di potenziale* ΔV .

Il semplice esperimento di Ohm consiste nel variare di ΔV e misurare il numero di cariche al secondo (*corrente elettrica*) che fluisce attraverso il conduttore.



Il tipico risultato di questo esperimento viene semplicemente rappresentato da una retta che passa per l'origine.

Il modo più per enunciare in forma matematica il risultato dell'esperimento è la legge di Ohm:

La corrente che fluisce in un conduttore è proporzionale alla differenza di potenziale ad esso applicata. La costante di proporzionalità è una proprietà del conduttore e viene detta *resistenza elettrica*.

La legge di Ohm si esprime in forma algebrica nel seguente modo semplice:

$$\Delta V = R I \quad I = C \Delta V$$

La grandezza R è la resistenza elettrica del conduttore, mentre la grandezza C , che è il suo reciproco ($C = 1/R$), è detta conducibilità o conduttanza elettrica del conduttore.

L'unità di misura della resistenza è l'Ohm (Ω) che è la resistenza di un conduttore attraverso il quale fluisce una corrente di 1 A (Ampere) quando ai suoi estremi vi è la differenza di potenziale di 1 V. La resistenza di 1 Ω è relativamente bassa, ad esempio è la resistenza di un filo di rame di 0.1 mm di diametro e lungo 0.3 m. Un qualunque conduttore può avere una resistenza di molte migliaia di Ω o anche milioni di Ω .

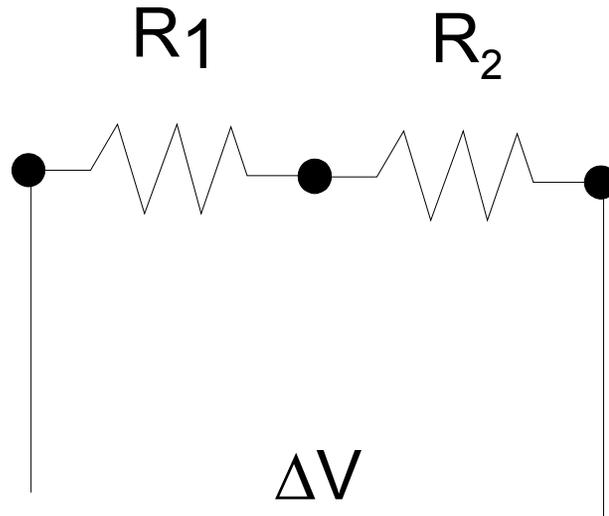
I circuiti elettrici

La legge di Ohm è il punto di partenza per stabilire il comportamento di sistemi complessi di conduttori connessi tra di loro. Oltre alla legge di Ohm va impiegato il fatto che le cariche

non si creano e non si distruggono.

Oltre a questo fatto si osserva che la corrente è *costante* in un conduttore.

Un semplice esempio è il seguente circuito.



Il circuito è costituito da due conduttori aventi resistenza R_1 ed R_2 connessi uno all'altro in modo che la corrente fluisca attraverso di essi consecutivamente. I due conduttori sono detti

in serie.

In questo esempio, per la conservazione delle cariche elettriche, la corrente nel primo conduttore (R_1) e quella nel secondo (R_2) sono uguali. Quindi, se I è la corrente che fluisce, la resistenza complessiva del circuito, per la legge di Ohm è:

$$R_T = \frac{\Delta V}{I}$$

Analogamente la differenza di potenziale agli estremi di ogni conduttore verifica la legge di Ohm. Si ha:

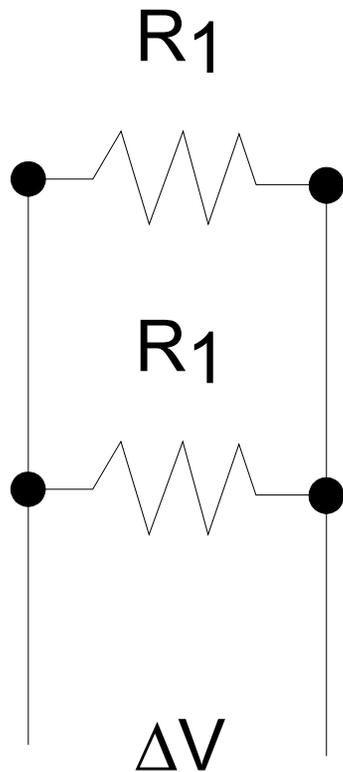
$$R_1 = \frac{\Delta V_1}{I} \quad R_2 = \frac{\Delta V_2}{I}$$

Inoltre la somma delle differenze di potenziale si sommano per dare la differenza di potenziale totale ΔV . Si ha quindi:

$$R_T = R_1 + R_2$$

La resistenza complessiva di conduttori in serie è uguale alla somma delle singole resistenze.

Il secondo modo per un possibile collegamento di due conduttori è il seguente.



Questo collegamento dei due conduttori è detto in

parallelo.

La legge di Ohm applicata ai due conduttori da:

$$R_1 = \frac{\Delta V}{I_1} \quad R_2 = \frac{\Delta V}{I_2}$$

La resistenza complessiva è quindi ricavabile usando la legge di Ohm per il sistema complessivo:

$$R_T = \frac{\Delta V}{I} \quad I = I_1 + I_2$$

Da questo risultato si ottiene la regola per I conduttori in parallelo:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Va osservato che il potenziale, e quindi la differenza di potenziale, viene introdotto per mostrare che le forze elettriche sono conservative. Quindi per esse vale la conservazione dell'energia in ogni condizione.

La differenza di potenziale agli estremi di un conduttore è la variazione di energia delle cariche elettriche che vi fluiscono.

La variazione di energia è data da:

$$\Delta E = Nq\Delta V$$

Se si considera il fatto che le cariche fluiscono continuamente nel conduttore c'è una continua variazione di energia. L'energia fornita alle cariche elettriche per unità di tempo (potenza) è data da:

$$W = I \Delta V = \frac{\Delta V^2}{R} = RI^2$$

È importante notare che l'energia che viene fornita alle cariche non si trasforma, all'interno del conduttore, in energia cinetica.

Infatti, se l'energia cinetica delle cariche aumentasse, aumenterebbe la loro velocità. Quindi o il flusso delle cariche aumenta lungo il circuito elettrico, oppure varia la loro densità. In ogni caso non potrebbe mantenersi costante la corrente. Quindi, per il primo principio della termodinamica,

l'energia fornita alle cariche viene trasformata in calore.

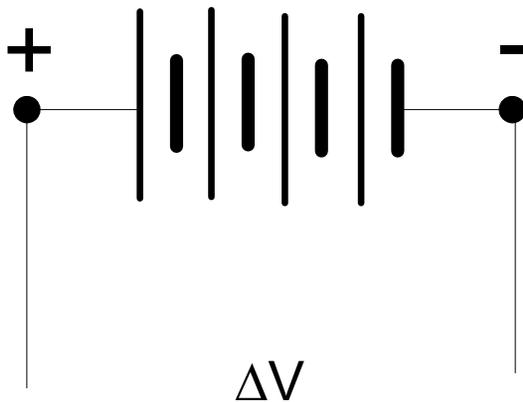
Questo fenomeno è detto

Effetto Joule (James Prescott Joule 1818-1889)

Dalla legge di Ohm si deduce che, per far circolare la corrente in un conduttore, è necessario disporre di dispositivi per la generazione di differenze di potenziale.

Il dispositivo tradizionale è la pila o batteria. Questo dispositivo è basato su processi chimici.

Una batteria viene indicata con il simbolo che segue.



I segni vengono usati per indicare da quale parte è presente il potenziale maggiore e quindi il lato dove ΔV è positivo

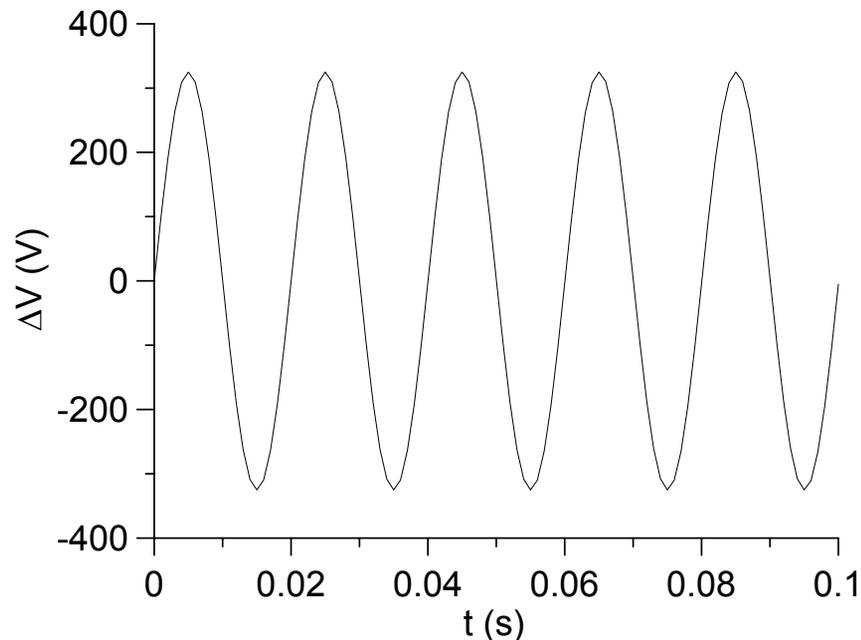
Una batteria produce una differenza di potenziale costante nel tempo. La corrente che circola viene detta

corrente continua.

Ovviamente se si applica ad un conduttore una differenza di potenziale che varia nel tempo $\Delta V(t)$, assumendo che la legge di Ohm valga anche in questo caso, si ha una corrente che varia nel tempo proporzionalmente alla differenza di potenziale.

L'andamento di una differenza di potenziale, e quindi della corrente, nel tempo può essere qualunque. Tuttavia è di uso molto comune un andamento sinusoidale:

$$\Delta V(t) = V_0 \sin(\omega t)$$



L'andamento sinusoidale proposto è quello della differenza di potenziale normalmente impiegata per usi domestici. La corrente variabile sinusoidalmente viene detta

corrente alternata.

Nelle applicazioni industriali si usa quasi sempre un andamento simile, ma con differenze di potenziale diverse.

È interessante calcolare la potenza elettrica prodotta per effetto Joule in un conduttore di resistenza R a cui sia applicata una differenza di potenziale alternata. Si ha:

$$W(t) = RI_0^2 \sin^2(\omega t) = \frac{V_0^2}{R} \sin^2(\omega t)$$

Il valore medio di questa potenza si calcola dall'integrale della potenza su un periodo:

$$W_{media} = \frac{R}{T} \int_0^T I_0^2 \sin^2(\omega t) dt = \frac{RI_0^2}{2}$$

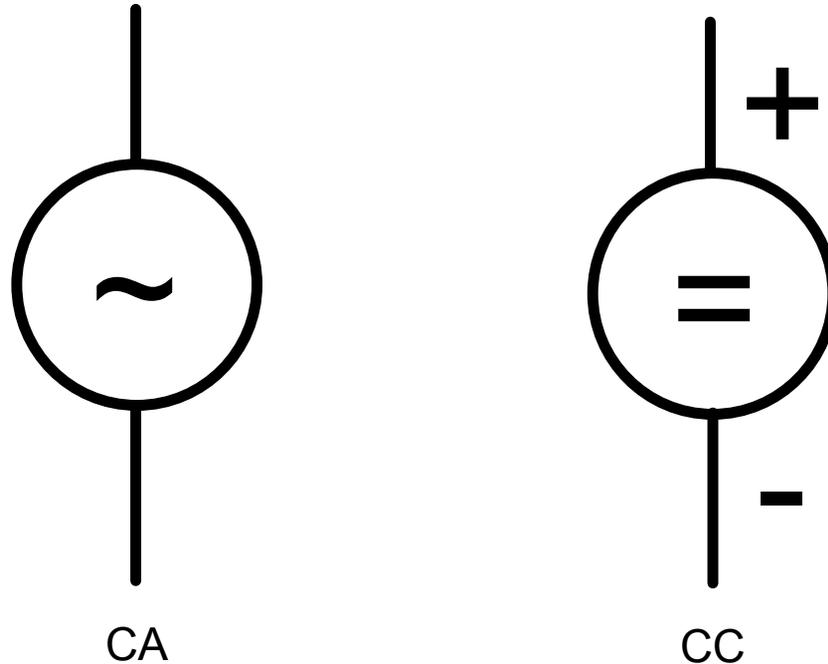
Si vede che la potenza dissipata per effetto Joule è uguale a quella prodotta da una corrente continua di valore:

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Il valore così ottenuto è detto valore efficace. Un'identica definizione, che ha lo stesso significato, si dà anche per la differenza di potenziale:

$$V_{eff} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

I generatori di differenza di potenziale si indicano anche con i seguenti simboli.



CA si riferisce alla corrente alternata e CC alla corrente continua.

Per collegare la resistenza di un conduttore alla sua forma si può osservare che un conduttore cilindrico di lunghezza L può essere visto come N conduttori identici di lunghezza L/N *disposti in serie*. Se ognuno degli N conduttori ha resistenza R , la resistenza totale è:

$$R_T = N R$$

Da questa semplice osservazione si deduce che la resistenza di un conduttore cilindrico è

proporzionale alla sua lunghezza.

Analogamente il conduttore cilindrico ha sezione S e può essere considerato con N conduttori di sezione S/N disposti in parallelo. Ne consegue che, se R è la resistenza di ognuno dei conduttori, la resistenza totale del conduttore è:

$$R_T = \frac{R}{N}$$

Ne consegue che la resistenza del conduttore cilindrico è proporzionale all'*inverso della sua sezione*.

Queste considerazioni si possono riunire nella seguente relazione che esprime la resistenza R di un conduttore cilindrico in funzione della sua geometria:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

La grandezza ρ è caratteristica *solo del materiale* di cui è costituito il conduttore ed è detta

resistività

del materiale.

ρ	$\mu\Omega \text{ cm}$
Argento	1.59
Rame	1.67
Alluminio	2.65
Ferro	9.71
Silicio	$2.3 \cdot 10^5$
Zolfo	$1.9 \cdot 10^{23}$

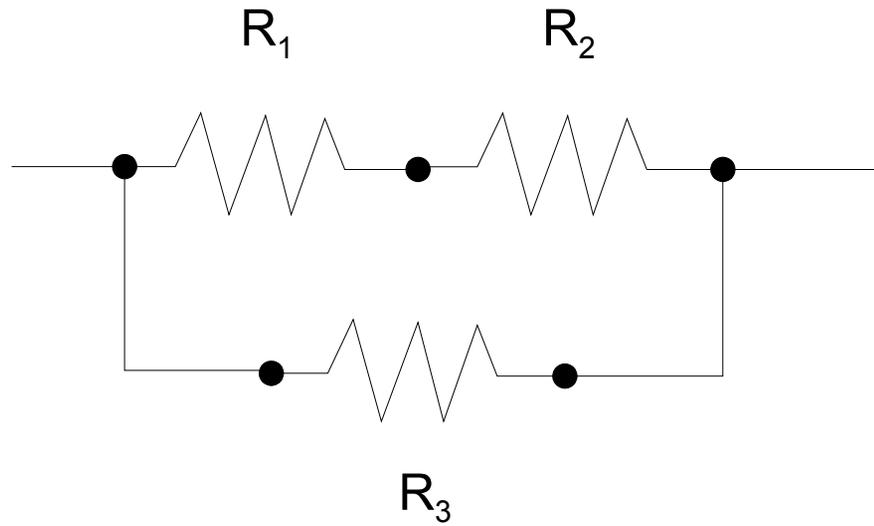
La relazione fra geometria e caratteristiche del materiale può essere estesa a qualunque geometria. Tuttavia nella grande maggioranza dei casi i conduttori sono a sezione costante e di una data lunghezza.

Tutte le semplici regole dedotte permettono di definire correnti e differenze di potenziale in sistemi comunque complessi di conduttori, Questi vengono detti

reti elettriche

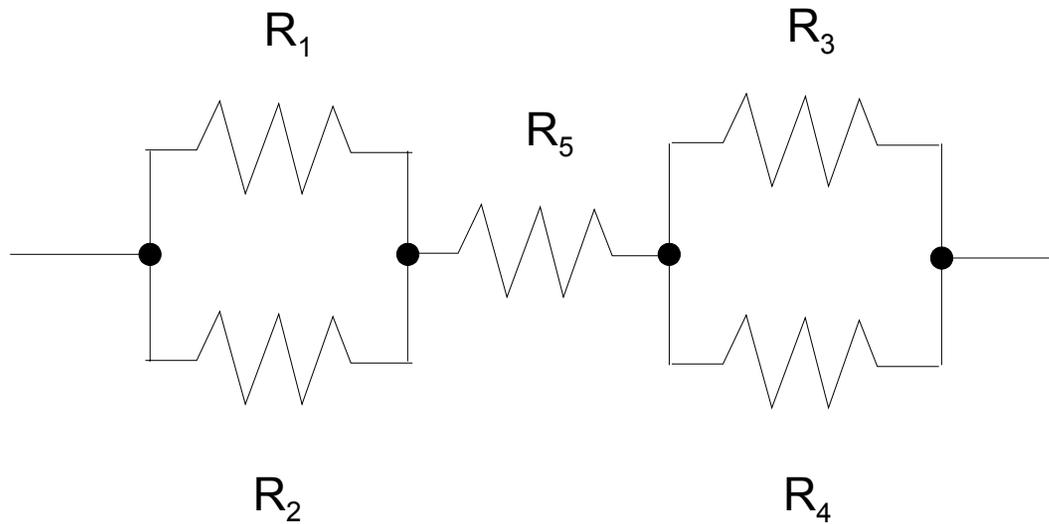
e la materia che le studia elettrotecnica.

Si possono considerare alcuni esempi semplici:



In questo esempio le resistenze R_1 ed R_2 sono in serie fra loro ed il totale è in parallelo ad R_3 .

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \quad R_T = \frac{(R_1 + R_2)R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$



Questo esempio ha le resistenze R_1 ed R_2 in parallelo, in serie ad R_5 e poi R_3 ed R_4 in parallelo fra loro ed in serie agli altri due gruppi. Si ha:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

Il campo magnetico

Oltre ai fenomeni elettrici, sono noti, fin dall'antichità, anche dei fenomeni che coinvolgono prevalentemente il ferro ed i suoi minerali. Infatti molti materiali a base ferro mostrano delle forze che si sviluppano spontaneamente a *distanza*.

Lo studio del magnetismo inizia con l'osservazione delle forze che si sviluppano fra certi minerali di ferro. Questo specifico fenomeno è detto

ferromagnetismo.

Intorno ad un oggetto costituito da un materiale ferromagnetico vi è una regione di spazio in cui un altro oggetto, anch'esso costituito da un materiale ferromagnetico, è soggetto da forze, dette magnetiche.

Nella regione circostante il materiale ferromagnetico si dice che è presente un

campo magnetico.

Studiando queste forze si osserva che ogni materiale ferromagnetico ha due zone. Queste due zone danno luogo a forze diverse. Si osserva inoltre che anche intorno alla Terra è presente un campo magnetico. Anche la Terra mostra due zone distinte, una nella regione del polo Nord e l'altra nella regione del polo Sud.

Le due regioni di un materiale ferromagnetico vengono anch'esse identificate con i termini:

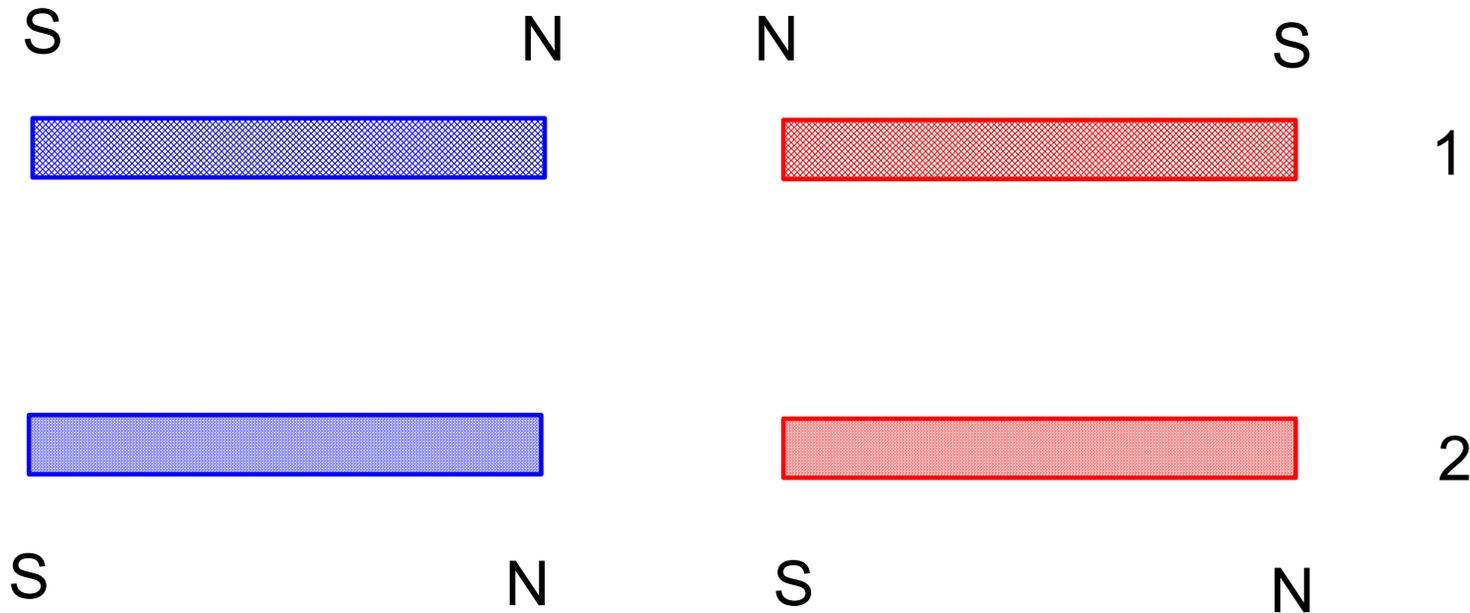
Polo Nord e polo Sud.

Si osserva, con una metodologia analoga a quella impiegata da Coulomb per le cariche elettriche, che le forze magnetiche sono simili a quelle elettriche, anche se i poli magnetici

non possono essere mai separati.

Questo fatto rende le forze magnetiche abbastanza differenti da quelle elettriche.

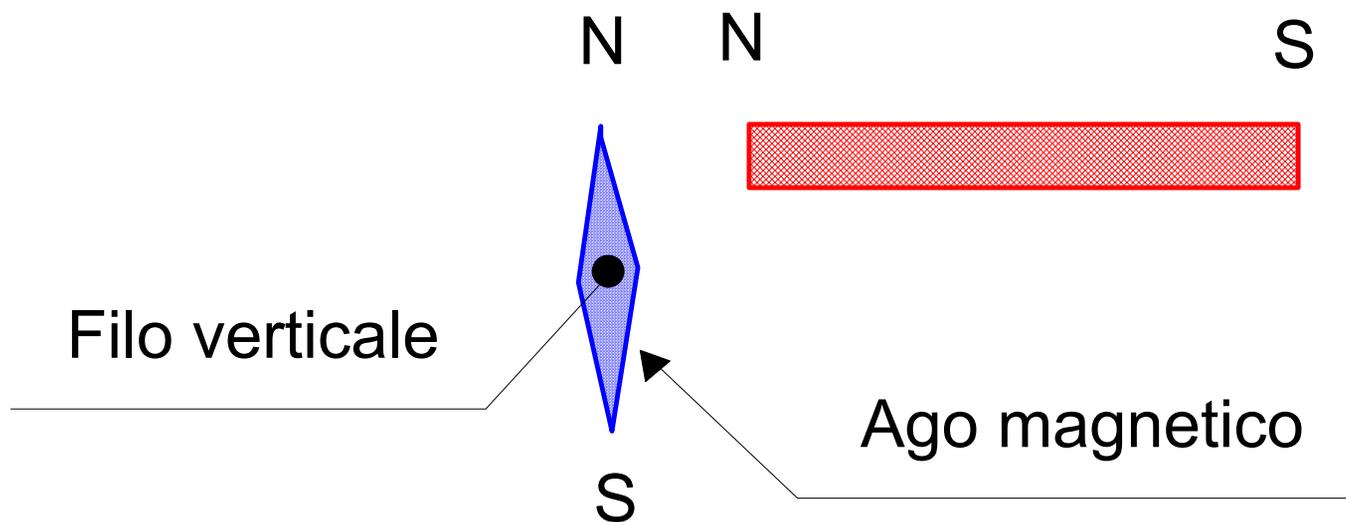
Si può effettuare il seguente semplice esperimento.



Nel primo caso si trova una forza repulsiva fra i due oggetti e nel secondo caso attrattiva.

In generale si osserva che la forza che si sviluppa fra due oggetti ferromagnetici è attrattiva quando si affacciano poli diversi, mentre è repulsiva quando i poli affacciati sono uguali. La forza, inoltre, diminuisce con la distanza. Se gli oggetti sono piccoli rispetto alla distanza fra di loro la legge di forza è simile a quella fra le cariche elettriche. Per quantificare la legge di forza è necessario quantificare i *poli magnetici*. La misura del polo magnetico si può effettuare con uno strumento simile all'elettroscopio.

In questo caso si usa una sorta di bilancia di torsione.



Si misura l'angolo di rotazione dell'*ago magnetico*, che è proporzionale alla forza fra i due poli.

L'uso degli aghi magnetici, sostenuti da un sistema simile alla bilancia di torsione, è quindi un semplice metodo per individuare la presenza di campi magnetici.

Un semplice esperimento mostra che *un conduttore percorso da corrente è circondato da un campo magnetico.*

Inoltre si trova una completa *equivalenza fra un ago magnetico ed una spira percorsa da corrente.*

Il dispositivo più semplice per la generazione di un campo magnetico è il

solenoid.

Esso è costituito da una successione di N spire, cioè conduttori circolari. Se il solenoide è costituito da N spire, ha la lunghezza L ed è percorso da una corrente I , il campo magnetico al centro del solenoide è diretto lungo l'asse ed è dato da:

$$H = n I$$

Dove $n = N/L$

Oltre al campo magnetico si introduce l'induzione magnetica, che è proporzionale al campo e che è il campo effettivo che genera le forze magnetiche. L'induzione è data da:

$$B = \mu_0 H$$

La costante $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ è detta permeabilità magnetica del vuoto.

L'induzione magnetica, nel Sistema Internazionale, si misura in Tesla (T).

L'induzione magnetica, che genera le forze magnetiche, è una grandezza fondamentale. Infatti, anche una carica elettrica in moto può essere vista come una corrente elettrica. Una carica elettrica q in moto con velocità v è soggetta ad una forza magnetica. Questa forza è detta forza di Lorentz (1853-1928). Essa è data da:

$$F = q v B \sin(\phi)$$

Ed è diretta nella direzione perpendicolare al piano individuato dalla velocità e dall'induzione.

La forza di Lorentz dà luogo ad un fenomeno di grande importanza per moltissime applicazioni. Il fenomeno è detto

induzione elettromagnetica.

Il fenomeno consiste in una differenza di potenziale *indotta* nei circuiti elettrici che si trovino immersi in campi magnetici variabili nel tempo. Il caso più semplice è quello di un solenoide sul cui asse vi sia un campo magnetico variabile.

Per questo caso semplice, ma di grande importanza nelle applicazioni, si ha (ϕ è l'angolo fra il piano delle spire ed il campo):

$$\Delta V(t) = -NS \frac{dB \sin(\phi)}{dt}$$

Un metodo semplice per produrre un campo magnetico variabile potrebbe essere quello di far circolare una corrente variabile in un solenoide. Più utile è il caso in cui si fa ruotare un solenoide in un campo magnetico costante. In questo caso varia ϕ , cioè l'angolo fra il campo ed asse del solenoide.

In questo esempio si ha che:

$$\phi(t) = \frac{2\pi}{T}t = \omega t$$

$$\Delta V = -NSB\omega \cos[\omega t]$$

Come si vede questo sistema permette la produzione di differenze di potenziale variabili in un modo molto semplice. Questo è il metodo di produzione delle correnti alternate. L'induzione elettromagnetica permette di produrre energia elettrica partendo dall'energia meccanica di rotazione.

Un'altra applicazione dell'induzione elettromagnetica è il trasformatore. Esso è costituito da due solenoidi concentrici. Il primo, detto *primario*, è costituito da N_1 spire e produce un campo magnetico B . Se la corrente nel primario varia sinusoidalmente, altrettanto fa il campo magnetico. In questo modo, per la regola dell'induzione elettromagnetica, si ha una differenza di potenziale anche nel secondo solenoide, detto *secondario* e costituito da N_2 spire.

Il calcolo della differenza di potenziale nel secondario è complicato dal fatto che il campo magnetico prodotto dal circuito primario non è semplice. Infatti il calcolo della corrente nel primario non si può effettuare con la sola legge di Ohm poiché oltre alla differenza di potenziale applicata dall'esterno se ne ha anche una indotta dallo stesso campo magnetico (fenomeno dell'*autoinduzione*). Tuttavia un calcolo completo permette di ottenere una relazione approssimata ma accurata.

Il risultato che si ottiene è alla base di tutte le applicazioni dei trasformatori.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

Questo risultato ha l'importanza di permettere di variare la differenza di potenziale nei circuiti elettrici in corrente alternata.

Una delle più importanti applicazioni dei trasformatori è il trasporto di energia elettrica.

Nel trasporto dell'energia elettrica i trasformatori giocano un ruolo molto importante. Poiché per la corrente nei due circuiti, primario e secondario, si ha:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

Questa relazione indica che se la differenza di potenziale al primario è più alta che al secondario, la corrente al primario è più bassa che al secondario.

L'applicazione che si fa nel trasporto dell'energia è molto semplice ed estremamente importante. Infatti un generatore di differenza di potenziale viene seguito da un trasformatore che aumenta questa differenza di potenziale. Come conseguenza la corrente che circola nel secondario è minore. Se immediatamente dopo segue la linea di trasmissione, eventualmente anche molto lunga, si ha che l'effetto Joule produce una perdita di energia elettrica minore per un fattore:

$$(N_1/N_2)^2$$

I trasformatori permettono quindi di ridurre le perdite per effetto Joule lungo le linee di trasporto di energia. Inoltre i trasformatori normalmente impiegati alla fine delle linee di trasmissione permettono di ottimizzare la differenza di potenziale all'impiego specifico.

È chiaro che l'uso della corrente alternata è essenziale per risolvere i problemi del trasporto e della giusta differenza di potenziale per i vari impieghi.

Generatori, motori e strumenti di misura.

I generatori di energia elettrica sono basati su due processi principali:

Trasformazione di energia meccanica in energia elettrica

Trasformazione di energia chimica in energia elettrica.

Il sistema principale per la generazione di energia elettrica si basa sulla trasformazione dell'energia meccanica in energia elettrica, impiegando *l'induzione elettromagnetica*.

Vengono impiegati campi magnetici di valore medio (induzione pari a 0.1-0.2 T) i quali vengono fatti ruotare all'interno di opportuni avvolgimenti.

La parte ruotante è detta *rotore*, mentre la parte fissa viene detta *statore*. Una differenza di potenziale viene indotta nell'avvolgimento dello statore e questa viene poi utilizzata come energia elettrica.

L'energia meccanica viene prodotta con vari processi. Un metodo semplice è l'impiego dell'energia potenziale di grandi masse d'acqua che vengono fatte scendere su un dislivello h . Se una massa M d'acqua passa ogni *secondo* da una quota ad una minore di una quantità h , allora la potenza fornita dall'acqua è pari a Mgh . Questa energia viene trasformata in energia cinetica di rotazione in una *turbina*, la quale mette in rotazione il rotore del generatore.

Per ottenere potenze elevate è necessario impiegare flussi elevati d'acqua (un intero fiume) con grandi dislivelli. Ad esempio, se si ha:

$$M = 10 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$h = 100 \text{ m}$$

$$W = M g h = 9.807 \cdot 10^6 \text{ W} = 9.807 \text{ MW}$$

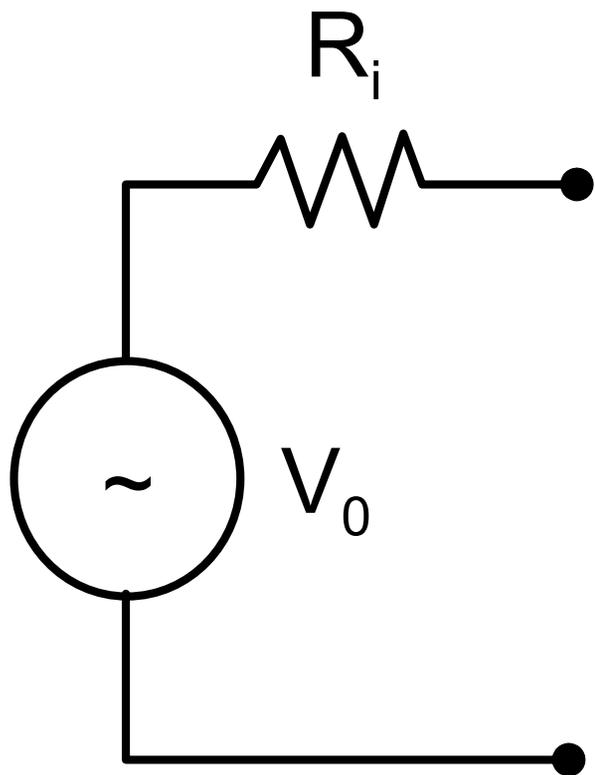
Questa potenza è relativamente modesta. Infatti una centrale elettrica deve fornire potenze di almeno 100 MW.

Nell'uso pratico dell'energia elettrica è necessario provvedere alla distribuzione, in quanto la produzione avviene sempre in zone relativamente lontane dalle zone di impiego. Normalmente, produzione, trasporto ed impiego dell'energia elettrica avviene in *corrente alternata*. Il trasporto avviene usando differenze di potenziale molto alte (fino a 380,000 V) al fine di minimizzare l'effetto Joule nel trasporto su linee molto lunghe che hanno resistenze non trascurabili rispetto alle correnti, anche molto elevate, necessarie per disporre di elevate potenze.

Indipendentemente dal metodo impiegato per la produzione ogni generatore di differenza di potenziale *non è ideale*. Esso infatti fornisce una differenza di potenziale che non è indipendente dalla corrente che poi fluisce nel circuito ad esso collegato. Considerando che all'interno del generatore sono inevitabilmente presenti dei conduttori di resistenza non nulla, un generatore reale è equivalente ad un generatore ideale con in serie una resistenza che viene detta

resistenza interna.

In pratica un generatore reale viene descritto con il circuito indicato. Si vede che, se si dispone all'uscita del generatore una resistenza R_c , si ha una corrente data da:



$$I = \frac{V_0}{R_i + R_c}$$

La differenza di potenziale all'uscita è:

$$V_u = V_0 \frac{R_c}{R_i + R_c}$$

Strumenti per le misure elettriche

Il primo strumento necessario alla misura delle grandezze elettriche è il *voltmetro*.

Con questa denominazione si indica uno strumento da usare per la misura della *differenza di potenziale* fra due punti.

Uno strumento ideale per la misura della differenza di potenziale deve essere tale da *non disturbare* (o dare un disturbo minimo) il circuito su cui si effettuano le misure.

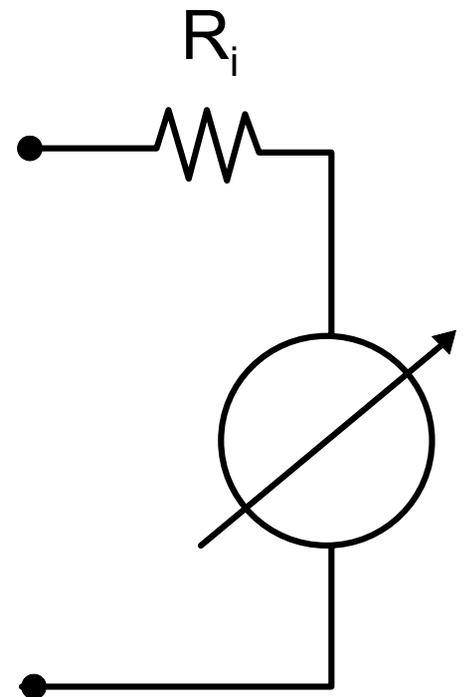
Un voltmetro ideale non dovrebbe quindi avere correnti circolanti in esso. Per questo fine la resistenza del voltmetro deve essere

infinita.

Uno strumento reale ha, ovviamente, una resistenza finita. Essa è detta resistenza interna del voltmetro.

La resistenza interna del voltmetro deve essere
la più alta possibile.

Circuito equivalente di un
voltmetro reale.



L'errore commesso da uno strumento digitale è legato alla lettura ed al numero di cifre. Ad esempio la lettura dello strumento indicato ha un errore di (secondo le informazioni del costruttore):

$$197.000 \times 0.003\% + 0.003 = 0.009$$



Multimetro digitale di prestazioni medio-alte (5½ cifre).

Elementi di ottica

L'ottica si occupa dello studio dei percorsi dei raggi luminosi e dei fenomeni legati alla propagazione della luce in generale.

Lo studio dell'ottica nella fisica moderna si basa sul fatto che la luce è costituita da onde elettromagnetiche di varie lunghezze d'onda. Luce di diverse lunghezze d'onda appare, nella visione, come luce di vari colori. La luce di una sola lunghezza d'onda viene detta *monocromatica*.

La propagazione delle onde luminose può essere studiata per mezzo delle equazioni di Maxwell. Tuttavia, nella maggior parte dei casi è possibile usare un insieme di semplici regole per descrivere il comportamento della luce, anche in sistemi molto complessi.

Nel caso in cui gli oggetti tra i quali si trova a propagarsi la luce siano molto più grandi della *lunghezza d'onda* λ (0.4-0.6 μm), si usano le regole dell'*ottica geometrica*.

Nel caso contrario è necessario tenere conto del fenomeno della *diffrazione*.

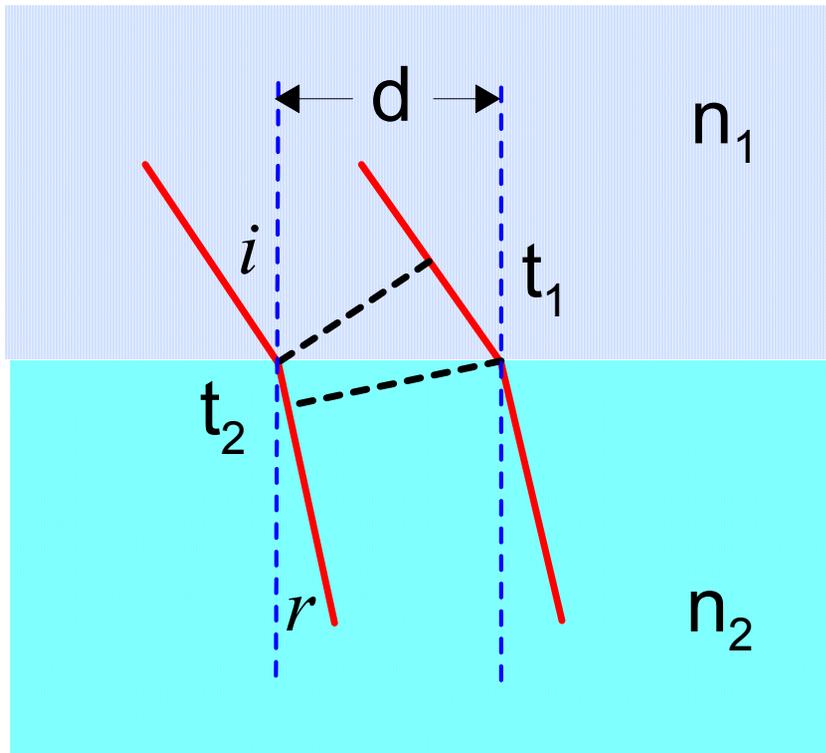
L'ottica geometrica descrive la propagazione della luce in situazioni in cui le sue caratteristiche ondulatorie possano essere incluse in semplici regole che li conglobino.

Le regole di base sono le seguenti:

- 1) La propagazione della luce avviene per raggi lungo delle rette.
- 2) La propagazione della luce avviene ad una velocità che dipende dal mezzo secondo la regola, $v_c = c/n$, dove n è detto *indice di rifrazione*.

La seconda regola ha la conseguenza di deviare I raggi luminosi che passano da un mezzo all'altro. Questo è il fenomeno della

rifrazione.



La luce si propaga dal mezzo 1 al mezzo 2, in modo che I tempi di percorrenza t_1 e t_2 siano uguali.

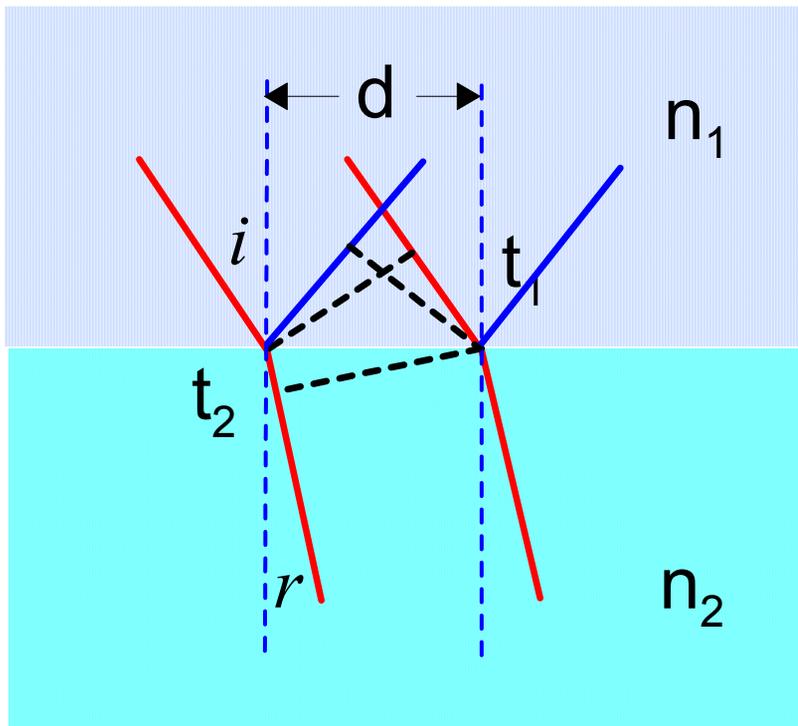
Il risultato si può esprimere con le seguenti relazioni:

$$t_1 = t_2 \quad \frac{l_1}{v_1} = \frac{l_2}{v_2}$$

$$t_1 = d \sin(i) \frac{n_1}{c} \quad t_2 = d \sin(r) \frac{n_2}{c}$$

$$\frac{\sin(i)}{\sin(r)} = \frac{n_2}{n_1}$$

L'ultima relazione riportata è la legge della rifrazione che viene utilizzata per descrivere la totalità dei sistemi ottici in cui il fenomeno della diffrazione sia trascurabile.

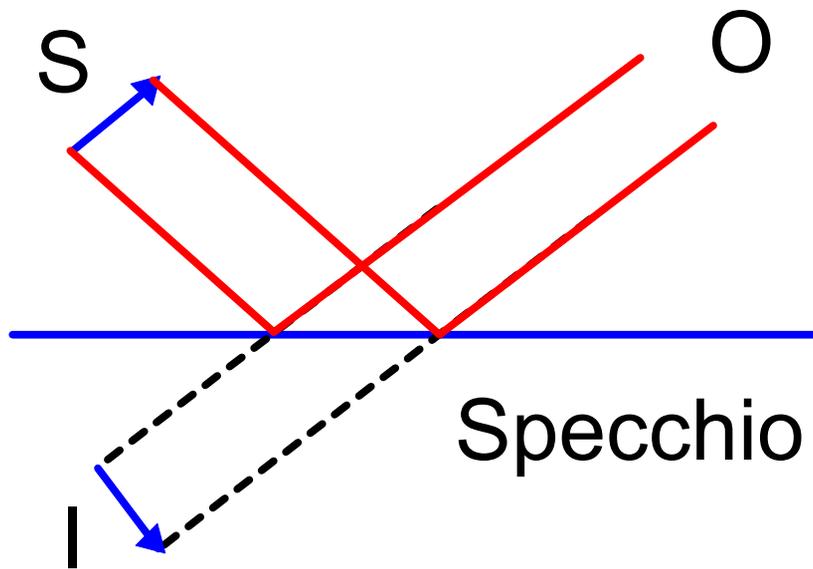


In realtà, ogni volta che un raggio di luce passa da un mezzo all'altro, una parte della luce viene riflessa nel mezzo di provenienza.

Con lo stesso sistema impiegato per i raggi che passano da un mezzo all'altro, si vede immediatamente che il raggio viene riflesso con lo stesso angolo con cui incide sulla superficie di separazione. Infatti la legge della rifrazione stabilisce l'eguaglianza fra gli angoli di incidenza i e di riflessione r .

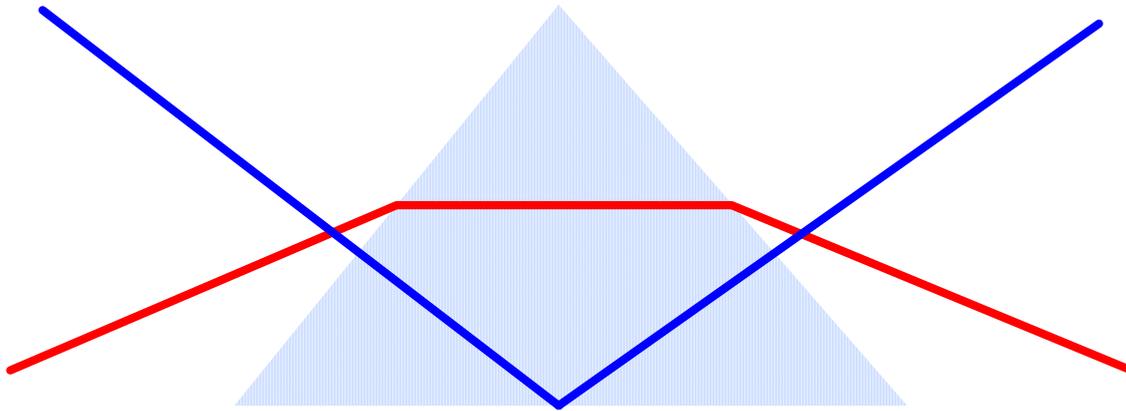
I sistemi ottici sono in genere costituiti da vari componenti che sfruttano la legge della riflessione (specchi) e la legge della rifrazione (*prismi e lenti*).

Lo specchio è costituito da una superficie, piana o curva con una forma appropriata, coperta da un apposito strato di un materiale che abbia una buona riflettività. In questo modo i raggi luminosi riproducono un'immagine come se la sorgente si trovasse in un'altra posizione.



La sorgente S produce un'immagine I (*virtuale*) che viene osservata dall'osservatore O.

Il prisma è costituito da un materiale trasparente di indice di rifrazione n .



Due possibili traiettorie dei raggi nel prisma sono riportate nella figura.

La linea rossa segue la legge della rifrazione, assumendo che $n > 1$ ($n = 1$, indice di rifrazione del vuoto).

La linea blu evidenzia il fenomeno della riflessione totale.

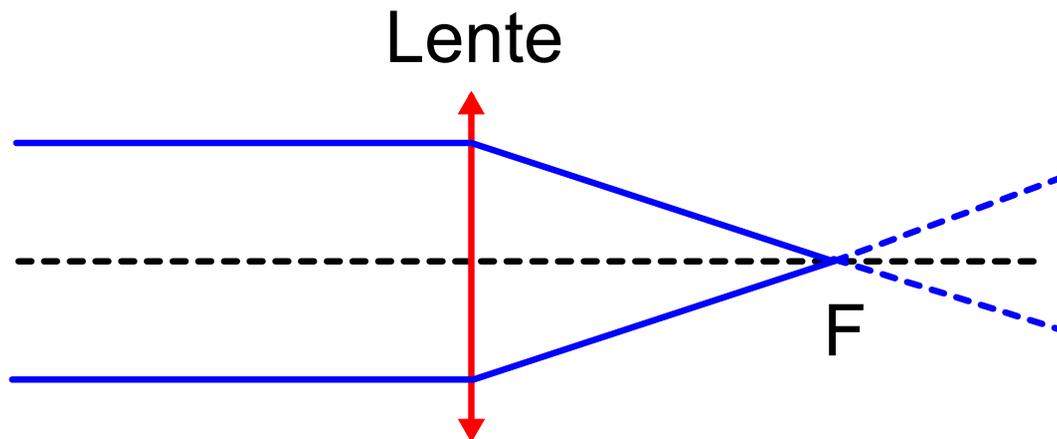
Infatti la legge della rifrazione mostra che il fenomeno avviene solo se:

$$1 > \sin(i) = n \sin(r) \qquad 1/n = \sin(r)$$

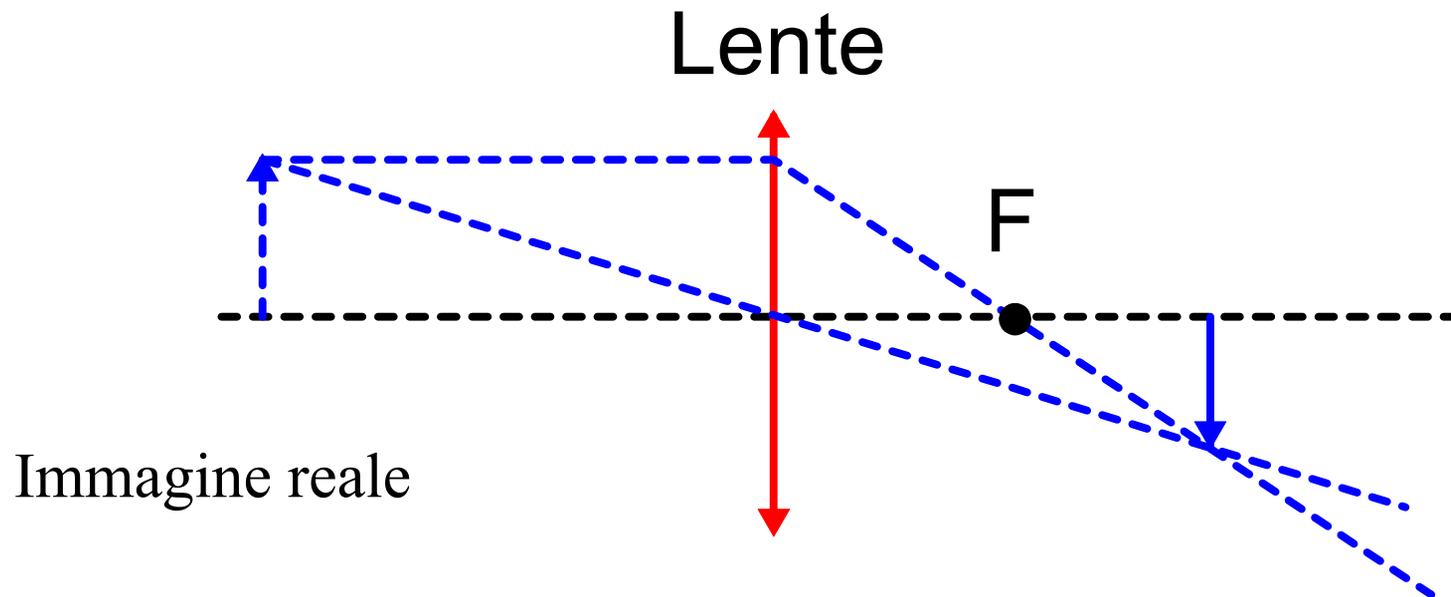
Se si passa da un mezzo ad indice di rifrazione alto ad uno di indice di rifrazione basso, l'angolo di incidenza deve essere minore di un angolo limite, altrimenti la luce rimane confinata nel mezzo ad indice di rifrazione alto.

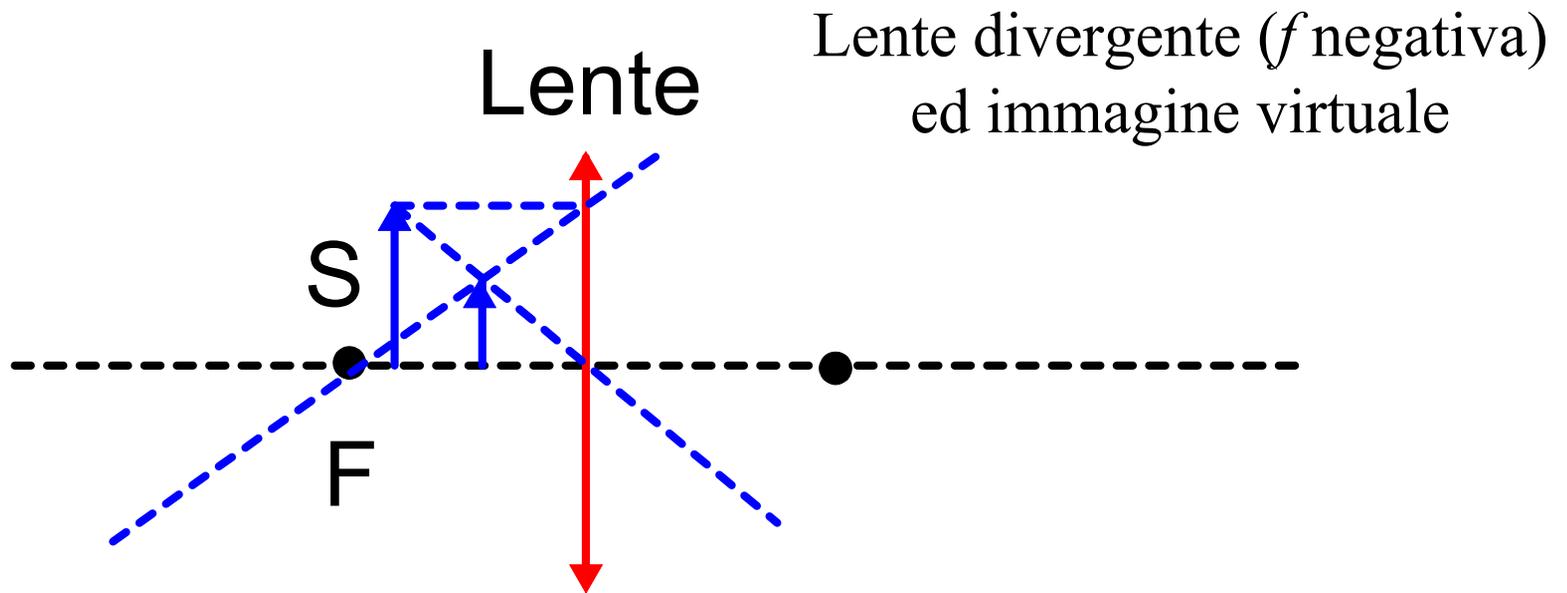
Una lente (sottile) è costituita da materiale trasparente che è confinato fra una superficie piana ed una sferica o due superfici sferiche. L'insieme degli effetti di rifrazione nella lente dà luogo a due processi principali:

- 1) Un fascio di raggi paralleli che incide su una lente, al di là di essa converge in un unico punto detto *fuoco della lente*.



La lente è in grado di formare delle immagini di dimensioni minore o maggiori della sorgente che le ha prodotte. Le immagini possono formarsi dalla stessa parte della sorgente (*immagine virtuale*) o dalla parte opposta (*immagine reale*).





La costruzione geometrica può essere condensata
in due formule molto semplici:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

$$g = \frac{f}{p - f}$$

La prima formula definisce la posizione della sorgente (p) rispetto alla lente e la posizione dell'immagine (q) rispetto alla lente, ma dall'altra parte, in termini della ***distanza focale*** (f) che è la distanza del fuoco dalla lente (distanza positiva, lente convergente, distanza negativa, lente divergente). La seconda formula definisce l'***ingrandimento*** della lente, cioè il rapporto fra le dimensioni dell'immagine rispetto alla sorgente.

La fisica del XX secolo

Tra la fine del XIX e l'inizio del XX secolo i progressi nella conoscenza dei fenomeni naturali sono stati particolarmente importanti per il cambiamento nella base conoscitiva.

Lo studio di alcuni aspetti del mondo microscopico ha costretto a rivedere alcune idee di base:

la traiettoria di un punto materiale non è definibile nel caso di oggetti microscopici in quanto il metodo di osservazione non è più indipendente dal risultato della misura.

Il tempo non può essere considerato indipendente dallo stato dell'osservatore perché non esiste alcun sistema per definire la contemporaneità di due eventi.