

Polinomi

I polinomi della forma

$$p(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_N \cdot x^N$$

richiedono N potenze, N somme e N moltiplicazioni per essere valutati. Un metodo più efficiente è

$$p(x) = a_0 + x \cdot (a_1 + x \cdot (a_2 + \dots + x \cdot (a_{N-1} + a_N \cdot x)))$$

che richiede solo N moltiplicazioni e N somme.

In pratica devo fare un ciclo

1. assegno a $p(x)$ il valore a_N
2. per j che va da $N - 1$ a 0 scendendo un numero alla volta
3. moltiplico p per x e aggiungo a_j
4. ripeto il punto precedente finché j non raggiunge zero

Esempio: $N = 3$

- $P = a_3$
- $P = P \cdot x + a_2 = a_3 \cdot x + a_2$
- $P = P \cdot x + a_1 = a_3 \cdot x^2 + a_2 \cdot x + a_1$
- $P = P \cdot x + a_0 = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$

Derivate

$$p'(x) = a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot x + 3 \cdot a_3 \cdot x^2 + \dots + N \cdot a_N \cdot x^{N-1}$$

Si possono calcolare in modo analogo ai polinomi e assieme ad essi con il seguente trucco

1. assegno a $p(x)$ il valore a_n
2. assegno a $p'(x)$ il valore 0
3. per j che va da $N - 1$ a 0 scendendo un numero alla volta
4. moltiplico $p'(x)$ per x e aggiungo $p(x)$
5. moltiplico $p(x)$ per x e aggiungo a_j
6. ripeto i due punti precedenti finché j non raggiunge zero

Esempio: polinomio di terzo grado

- $D = 0$
- $P = a_3$
- $D = D \cdot x + P = a_3$
- $P = P \cdot x + a_2 = a_3 \cdot x + a_2$
- $D = D \cdot x + P = 2 \cdot a_3 \cdot x + a_2$
- $P = P \cdot x + a_1 = a_3 \cdot x^2 + a_2 \cdot x + a_1$
- $D = D \cdot x + P = 3 \cdot a_3 \cdot x^2 + 2 \cdot a_2 \cdot x + a_1$
- $P = P \cdot x + a_0 = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$