

# Vibrazioni e onde

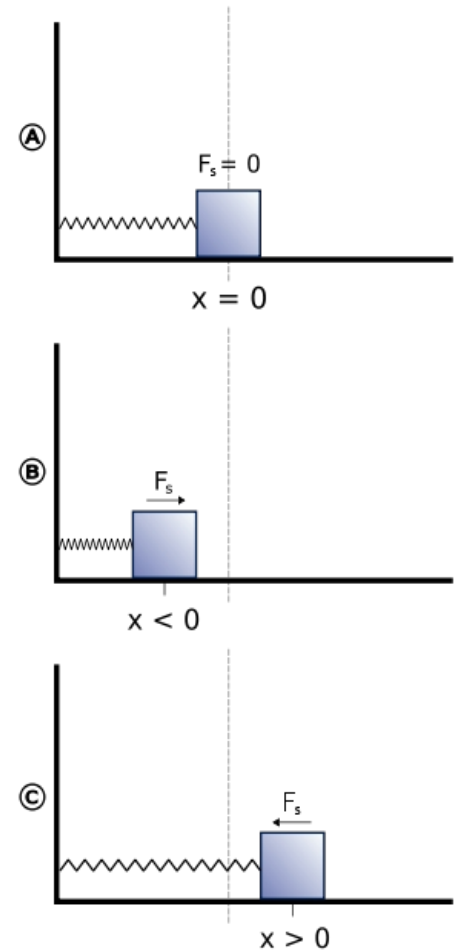
- I corpi elastici sono soggetti a vibrazioni e oscillazioni
- Il diapason vibra e produce onde sonore
- Le oscillazioni della corrente elettrica possono produrre onde elettromagnetiche
- Le mosche in una ragnatela possono produrre vibrazioni percepite dal ragno
- Un motoscafo che si muova in mare può produrre onde

# Rivelare le onde

- Anche il rivelatore vibra come la sorgente
- Il timpano vibra per percepire le onde sonore
- Le antenne dei cellulari ricevono campi elettrici oscillanti per rivelare le onde radio
- L'aria vibra per trasportare il suono

# Moto armonico

- Il prototipo del moto armonico è la forza della molla
- Se la massa della molla è trascurabile  $F = -k \cdot x$
- $k$  è la costante elastica
- Il moto armonico attraversa varie fasi con spostamento, velocità e accelerazione che assumono valori nulli e massimi



# Terminologia

- **Spostamento:** distanza dalla posizione di equilibrio
- **Ampiezza:** spostamento massimo
- **Ciclo:** moto completo che si ripete
- **Periodo:** tempo per completare un ciclo
- **Frequenza:** reciproco del periodo  
(numero di cicli in un secondo)

# Energia

- L'energia potenziale della molla è  $\frac{1}{2} k x^2$
- L'energia cinetica è  $\frac{1}{2} m v^2$
- L'energia totale è  $E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2$
- Quando l'ampiezza è massima la velocità è nulla ed  $E = \frac{1}{2} k x^2$
- Quando lo spostamento è nullo la velocità è massima  $E = \frac{1}{2} m v_{max}^2$
- Da queste equazioni ottengo

$$v = v_{max} \sqrt{1 - x^2 / A^2} \quad v_{max} = A \sqrt{k / m}$$

# Analogia con il moto circolare

$$v_x / v = \sin(\theta)$$

$$x / A = \cos(\theta)$$

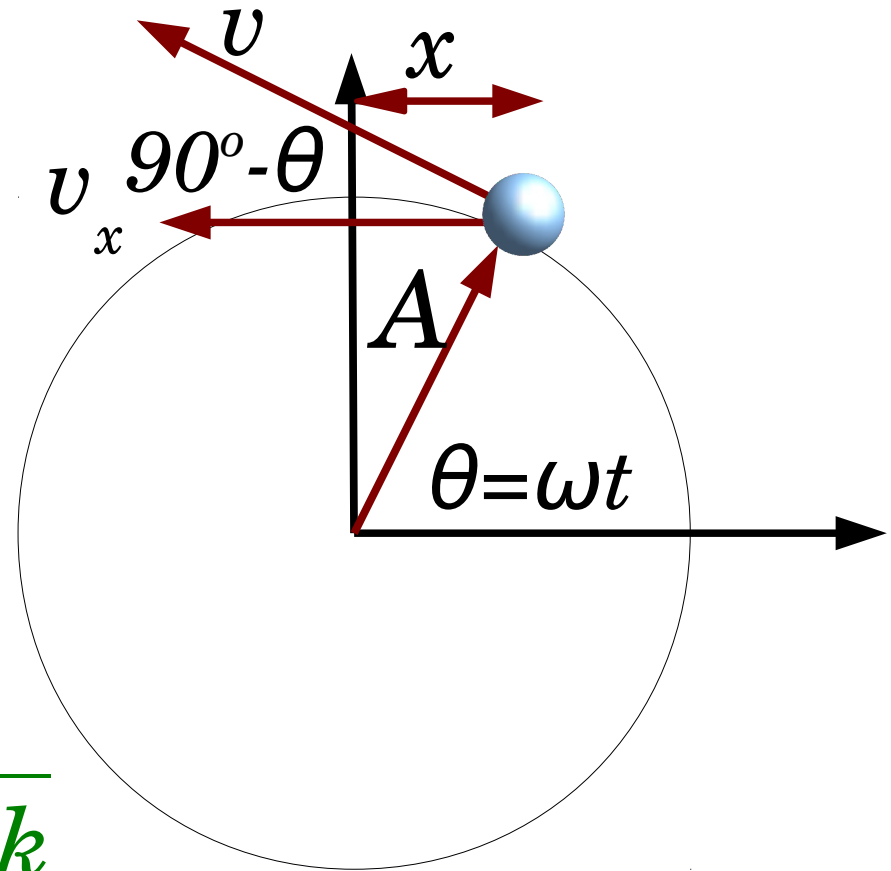
$$v_x^2 / v^2 + x^2 / A^2 = 1$$

$$v_x = v \cdot \sqrt{1 - x^2 / A^2}$$

$$v = 2\pi A / T \quad v \rightarrow v_{max}$$

$$T = 2\pi A / v_{max} = 2\pi \sqrt{m / k}$$

$$f = 1 / T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{k / m}$$



# Posizione in funzione del tempo

- Continuo l'analogia col moto circolare
- La posizione  $x$  in funzione del tempo è

$$x(t) = A \cos(\omega t)$$

- La velocità in funzione del tempo è

$$v(t) = v_{max} \sin(\omega t)$$

- La forza è  $F = -k x$

$$F(t) = -k A \cos(\omega t)$$

- L'accelerazione è  $F / m$

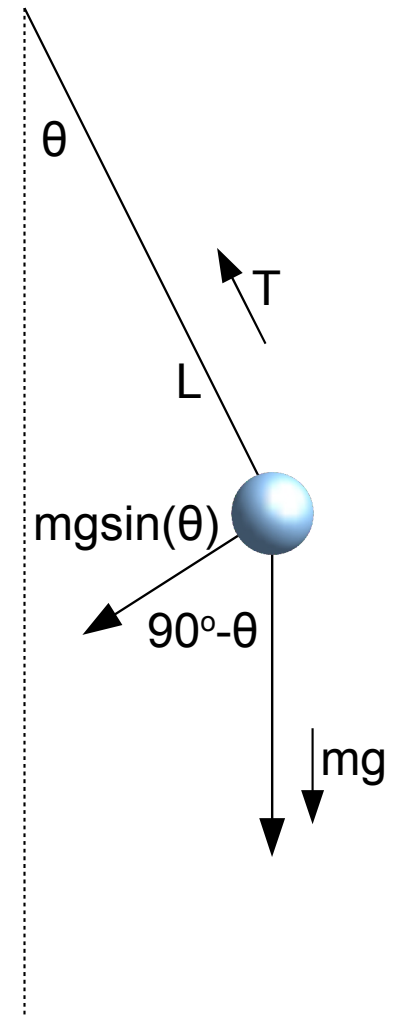
$$a(t) = -k A / m \cos(\omega t)$$

# Pendolo semplice

- È una massa sospesa a un filo privo di massa e inestensibile di lunghezza  $L$
- La componente radiale della gravità è bilanciata dalla tensione  $T$  del filo
- La componente tangente è  $-mg\sin(\theta) \approx -mg\theta$
- Lo spostamento è  $x \approx L\theta$
- La forza è quindi
$$F = -m g /L x = -k x$$
- E il periodo e la frequenza

$$T = 2\pi \sqrt{m/k} = 2\pi \sqrt{mL/mg} = 2\pi \sqrt{L/g}$$

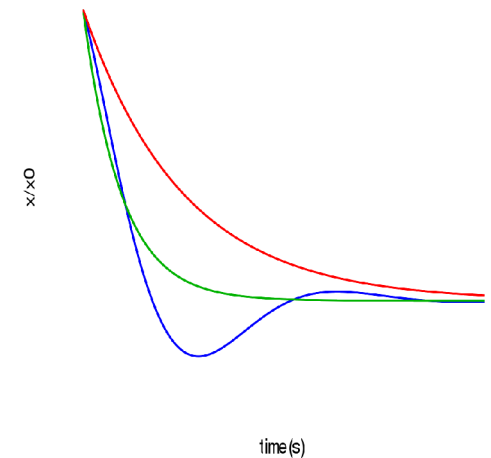
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{g/L}$$





# Moto armonico smorzato

- Se c'è attrito le oscillazioni non durano in eterno
- I pendoli vanno ricaricati per evitare che si fermino
- Il sistema può essere sottosmorzato, sovrasmorzato o con smorzamento critico
- Lo smorzamento non è gradito nei pendoli, ma lo è molto negli ammortizzatori delle automobili
- È apprezzato anche nella costruzione di edifici in zone sismiche



# Onde

- Lanciando un sasso in uno stagno si ottiene un'onda
- Agitando su e giù un estremo di una corda ottengo un'onda
- L'onda si propaga, ma cosa succede della materia in cui si propaga?
- L'onda si muove, la materia oscilla
- Un'onda può essere prodotta da un'impulso e da un movimento periodico (onde periodiche)

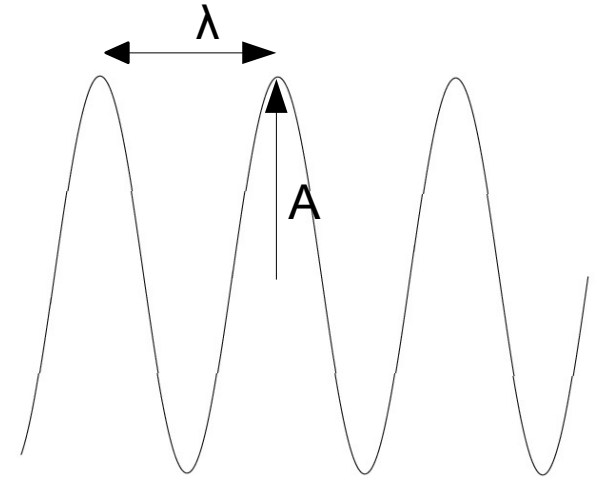
# Grandezze associate a un'onda

- $v = \lambda f$
- Si dimostra che su una corda

$$v = \sqrt{\frac{T}{(m/L)}}$$

Come si accorda una chitarra?

- Ampiezza, periodo, frequenza, velocità hanno i significati già visti



# Onde trasversali e longitudinali

- Ogni onda è associata a una grandezza che si propaga
- Per il suono è l'aria, o la materia in cui si propaga  
L'aria vibra nella direzione di propagazione dell'onda che è longitudinale
- Per la luce è il campo elettromagnetico, che oscilla perpendicolarmente alla direzione di propagazione. L'onda è trasversale
- Come sono le onde del mare?
- Le onde trasversali meccaniche hanno difficoltà a propagarsi nei liquidi. Dato che le onde sismiche sono di entrambi i tipi, ma solo quelle longitudinali attraversano il centro della Terra, se ne deduce che questo è liquido

# Energia trasportata dalle onde

- Le onde meccaniche fanno vibrare le particelle che incontrano
- Le vibrazioni hanno energia proporzionale all'ampiezza al quadrato, quindi l'energia delle onde è proporzionale ad  $A^2$ .
- Si definisce intensità

$$I = \text{Energia} / \text{tempo} / \text{superficie}$$

- Per le onde sferiche  $I = P/4\pi R^2$ . Dove P è la potenza della sorgente
- Sulla Terra la radiazione solare ha  $I=1400 \text{ W/m}^2$ . Qual è la potenza del sole?

# Intensità e frequenza

- Partendo da  $f = (1/2\pi)\sqrt{k/m}$   
ottengo  $k = 4\pi^2 m f^2$
- Per l'energia vale  $E = \frac{1}{2}k A^2 = 2\pi^2 m f^2 A^2 = 2\pi^2 \rho V f^2 A^2$

Il volume è  $S v t$ , e quindi l'energia che attraversa la superficie  $S$  nel tempo  $t$  è

$$\frac{E}{St} = 2\pi^2 \rho v f^2 A^2$$

- Da cui possiamo concludere che l'energia è proporzionale al quadrato di ampiezza e frequenza

# Forma matematica delle onde

- Un'onda può spesso essere rappresentata da una senoide.
- Lo spostamento  $y$  (trasversale o longitudinale) è funzione di  $x$  secondo la legge

$$y = A \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

- Lo spostamento nel tempo “trasporta” la forma dell' onda a una distanza  $v \cdot t$

$$y = A \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right)$$

# Problemi

- Un orologio che è esatto al livello del mare sarà esatto anche sulla cima dell'Everest?
- La frequenza di un'onda periodica è uguale a quella della sua sorgente?
- Un ragno di  $0.30\text{ g}$  è in attesa nella sua ragnatela di massa trascurabile. Un piccolo movimento fa vibrare la ragnatela a  $15\text{ Hz}$ . Calcolare  $k$ , e la frequenza a cui vibrerebbe la ragnatela se vi fosse intrappolato un insetto di massa  $0.10\text{ g}$
- Un geologo usa un pendolo semplice per la misura di  $g$ . Se  $L=37.10\text{ cm}$  e  $f=0.8190\text{ Hz}$ , quanto vale  $g$ ?
- Se l'intensità di un'onda sismica è di  $10^6\text{ W/m}^2$  a  $100\text{ km}$  dall'epicentro, qual è l'intensità a  $400\text{ km}$ ?