

# Quantità di moto

- Come l'energia, ha una legge di conservazione che semplifica lo studio dei problemi
- Ha “più moto” un treno che si muove a 20 Km/h o una lepre alla stessa velocità?



- Ha “piu' moto” una lepre a  $10 \text{ Km} / h$  o una lepre a  $20 \text{ Km} / h$ ?
- E dove è diretto questo moto?

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

# Forza e quantità di moto

- $[p] = \text{Kg m / s}$
- $p$  dipende dal sistema di riferimento: se cambia  $v$  cambia anche  $p$
- $\mathbf{p}$  è un vettore, dato che lo è  $\mathbf{v}$
- La seconda legge della dinamica si può scrivere
$$\mathbf{F} = m \Delta \mathbf{v} / \Delta t = \Delta(m\mathbf{v}) / \Delta t = \Delta \mathbf{p} / \Delta t$$
- Dove  $\mathbf{F}$  è la risultante delle forze che agiscono su di un corpo
- La quantità  $\mathbf{F} \Delta t$  si chiama impulso

# Legge di conservazione di p

- Se due particelle 1 e 2 si urtano, per il terzo principio

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1}$$

- Quindi la risultante delle forze è nulla. Allora

$$\Delta \vec{p} = \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

- La quantità di moto delle due particelle si conserva anche se l'energia meccanica non lo fa

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$$

# Urti elastici in una dimensione

- L'energia e la quantità di moto sono conservate

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2 \quad \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$$

- Che si può riscrivere

$$m_1(v_1 - v'_1) = m_2(v'_2 - v_2) \quad m_1(v_1^2 - v'^2_1) = m_2(v'^2_2 - v_2^2)$$

- La seconda si può riscrivere

$$m_1(v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) = m_2(v'_2 - v_2)(v'_2 + v_2)$$

- e, usando la prima ottengo

$$v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2$$

# Applicazioni

- Suppongo di urtare una palla da biliardo inizialmente ferma con una palla identica

$$v_2=0 \quad v_1+v'_1=v'_2 \quad v_1^2+v'^2_1=v'^2_2=(v_1+v'_1)^2$$

$$v_1^2+v'^2_1=v'^2_2=v_1^2+v'^2_1=2v_1v'_1$$

- Quest'ultima equazione è soddisfatta solo se  $v'_1=0$ , nel qual caso  $v'_2=v_1$ . La prima palla dopo l'urto resta ferma, e trasmette tutta la propria velocità alla seconda

# Applicazioni – velocità opposte

- Se ora  $v_1$  e  $v_2$  sono opposte, e le particelle hanno la stessa massa, la conservazione di  $p$  implica

$$v_1 + v_2 = 0 \quad v_1 - v_2 = 2v_1 = v'_2 - v'_1 \rightarrow v'_2 = 2v_1 + v'_1$$

- Mentre la conservazione di  $E$

$$v_1^2 + v_2^2 = 2v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2 = v_1'^2 + (2v_1 + v_1')^2$$

- Che ha soluzione  $v'_1 = -v_1$  e quindi  $v'_2 = v_1 = -v_2$
- Quindi  $1$  e  $2$  rimbalzano indietro con velocità opposta a quella iniziale

# Applicazioni – masse diverse - $v_2=0$

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \qquad v_1 + v_1' = v_2'$$

$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 (v_1 + v_1')^2$$

$$m_1 (v_1^2 - v_1'^2) = m_1 (v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = m_2 (v_1 + v_1')^2$$

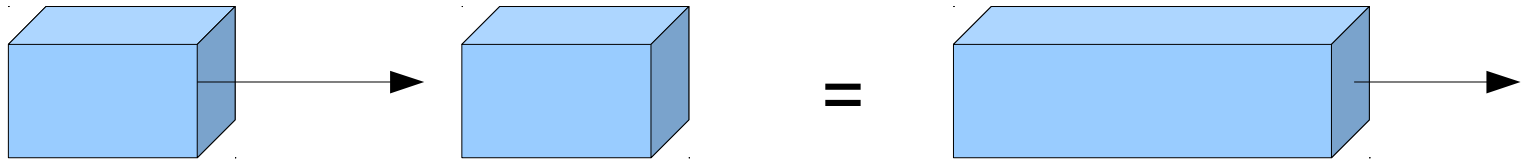
$$m_1 (v_1 - v_1') = m_2 (v_1 + v_1') \rightarrow (m_1 - m_2) v_1 = (m_1 + m_2) v_1'$$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \qquad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

- Se  $m_2 \gg m_1$ ,  $v_1' = -v_1$
- Se  $m_1 \gg m_2$ ,  $v_1' = v_1$

# Urti anelastici

- Sono urti in cui non si conserva l'energia meccanica
- L'urto completamente anelastico è quello in cui proiettile e bersaglio restano attaccati



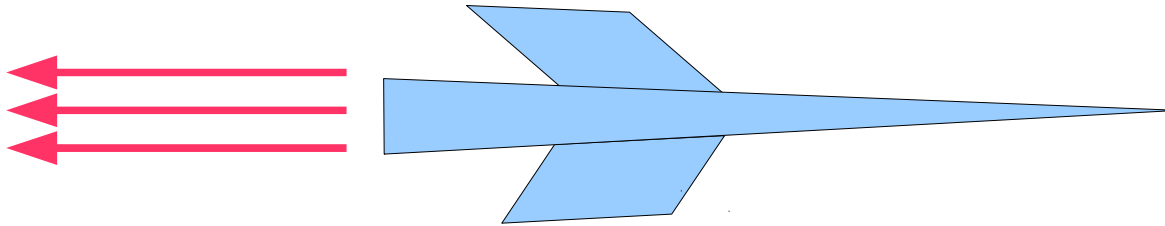
- In questo caso posso usare solo la conserv. di  $p$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$



# Moto a razzo



- $M + \Delta M$  massa del razzo al tempo  $t$ ,  $M$  al tempo  $t + \Delta t$ .
- $\Delta M$  è la massa di carburante bruciata nel tempo  $\Delta t$  ed espulsa con velocità  $-v_c$  rispetto al razzo
- $V$  è la velocità del razzo

$$(M + \Delta M)v = M(v + \Delta v) + \Delta M(v - v_c)$$

$$Mv + \Delta M v = Mv + M \Delta v + \Delta M v - \Delta M v_c$$

$$M \frac{\Delta v}{\Delta t} = \Delta \frac{M}{\Delta t} v_c$$

# Centro di massa

- Un sistema può essere composto da tante particelle di massa diversa.
- Molte particelle non sono soggette a un moto rettilineo uniforme anche in assenza di forze esterne, perché interagiscono tra di loro
- C'è un punto che si muove di moto solo traslatorio: è il centro di massa. Per N particelle questo è definito da:

$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

# Problemi

- Cosa cambia in due dimensioni? E in tre?
- Se salto dalla finestra alta due metri, mi conviene piegare le ginocchia atterrando oppure tenere le gambe rigide?
- Come avviene il rinculo di un fucile?
- Un atleta salta in alto due metri. Da dove viene la quantità di moto necessaria?
- Due corpi, uno più leggero e l'altro più pesante, hanno la stessa energia cinetica? Quale dei due ha più quantità di moto?
- Le automobili di oggi hanno la carrozzeria deformabile in una certa misura; perché?
- Nel film “Armageddon” un meteorite che sta per investire la Terra viene spezzato in due parti mettendo una bomba atomica nel suo centro. Il centro di massa del meteorite eviterà la Terra?

# Esercizi

- Due palle da biliardo di uguale massa subiscono un urto perfettamente elastico. Se  $v_1 = 2m/s$  e  $v_2 = -3m/s$ , quali saranno le velocità dopo l'urto?
- Un'esplosione interna spezza un oggetto inizialmente fermo in due frammenti, uno dei quali ha  $1.5$  volte la massa dell'altro. Se nell'esplosione vengono liberati  $7500 J$ , qual è l'energia cinetica di ciascun frammento?
- Tre cubi di lato  $L$ ,  $2L$  e  $3L$  vengono posti uno sull'altro. Dove si trova il centro di massa?
- Un nucleo che si muove inizialmente a  $430 m/s$  emette una particella alfa nella direzione del moto. La sua velocità scende a  $350 m/s$ . La particella alfa ha una massa di  $4 u$ . Se il nucleo ha massa  $222 u$ , qual è la velocità iniziale della particella alfa?