

Energia potenziale elettrica

- La dipendenza dalle coordinate spaziali della forza elettrica è analoga a quella gravitazionale
- Il lavoro per andare da un punto all'altro è indipendente dal percorso fatto (formalmente, è proporzionale al lavoro fatto dalla forza di gravità)
- Anche la forza di Coulomb è conservativa
- L'energia potenziale è $U = -W$ (W è il lavoro fatto dalla forza conservativa)
- Se E è costante $W = q \cdot E \cdot d$ per uno spostamento d

Potenziale elettrico

- È definito da $\Delta V = \Delta U / q$.
- L'unità di misura è: *Joule / Coulomb = Volt (V)*
- Come l'energia, anche il potenziale è definito a meno di una costante; si parla quindi di differenza di potenziale (voltaggio o tensione)
- La scelta del punto dove $V=0$ è arbitraria, e viene fatta in modo da rendere la soluzione dei problemi la più semplice possibile

Energia e potenziale

- L'energia guadagnata o persa spostandosi tra due punti con una certa ddp V , è indipendente dai due punti ma dipende solo da V , ed è $q \cdot V$
- L'energia potenziale elettrica, come quella gravitazionale, entra nella legge di conservazione dell'energia
- La velocità acquisita da una carica passando attraverso la ddp V si trova dalla conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = q \cdot V$$

- Esempio: se un'elettrone è accelerato da una ddp $V=5000$ Volt, qual è la sua velocità finale ($q=1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m=9.11 \cdot 10^{-31}$ Kg)?

Superfici equipotenziali

- Sono superfici con $V = \text{costante}$
- Se mi sposto di $\Delta \vec{x}$ su di una superficie equipotenziale, il lavoro fatto dal campo elettrico è nullo

$$W = -q \vec{E} \cdot \Delta \vec{x} = -q E |\Delta \vec{x}| \cos(\theta) = 0$$

- Il campo elettrico è quindi perpendicolare alle superfici equipotenziali
- I conduttori hanno lo stesso potenziale in ogni punto

Relazione tra potenziale e campo elettrico

- Se mi sposto nella direzione x , la variazione sia ΔV . Il lavoro fatto sarà

$$W = -q \vec{E} \cdot \Delta \vec{x} = -q E_x \Delta x = q \Delta V \Rightarrow E_x = -\frac{\Delta V}{\Delta x}$$

- Per y e z in modo analogo

$$E_y = -\frac{\Delta V}{\Delta y} \quad E_z = -\frac{\Delta V}{\Delta z}$$

Si dice che il campo elettrico è (meno) il gradiente del potenziale

Principio di sovrapposizione per il potenziale

- Se ho due campi elettrici, so che il campo totale è la somma vettoriale dei due (principio di sovrapposizione)

- Il lavoro totale fatto su una carica è

$$-q V = W = q \vec{E} \cdot \Delta \vec{x} = q \vec{E}_1 \cdot \Delta \vec{x} + q \vec{E}_2 \cdot \Delta \vec{x} = W_1 + W_2 = -q V_1 - q V_2$$

- Questo permette di dire che vale anche per il potenziale il principio di sovrapposizione

$$V = V_1 + V_2$$

Potenziale di una carica puntiforme

- Il campo elettrico è diretto radialmente, quindi le superfici equipotenziali sono sfere di raggio R
- Il lavoro fatto dal campo elettrico per andare da R a $R+\Delta R$ è

$$W = E(R) \Delta R = \frac{Q Q_P}{4 \pi \epsilon_0 R^2} \Delta R \approx \frac{Q Q_P}{4 \pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R + \Delta R} \right)$$

- Nello stesso intervallo l'energia deve cambiare di $q\Delta V$, quindi il lavoro deve essere

$$W = -Q_p (V(R) - V(R + \Delta R))$$

Potenziale di una carica puntiforme

- In conclusione il potenziale vale

$$V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} + c$$

- Dove c è una costante che può essere scelta in modo arbitrario

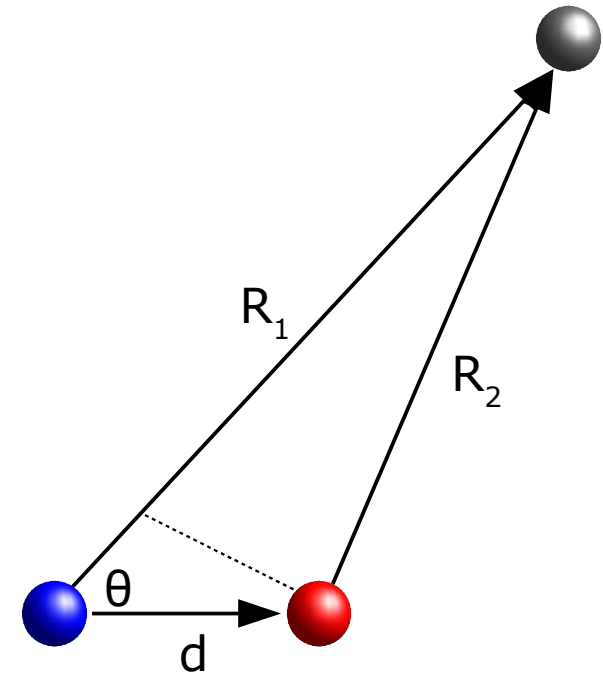
Potenziale di un dipolo

- Prendiamo due cariche opposte e distanza d piccola (rispetto alla distanza a cui facciamo le misure)

$$V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{R_2} - \frac{Q}{R_1} \right)$$

$$V(R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2} \right)$$

$$V(R) \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{d \cos(\theta)}{R_1 R_2} \right)$$



Potenziale di un dipolo -2-

- Definisco il momento di dipolo come il vettore di modulo $Q \cdot d$ e con direzione e verso dalla carica negativa a quella positiva $\vec{p} = q \vec{d}$

$$V(R) \approx \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\vec{p} \cdot \vec{R}}{R^3} \right)$$

- Dove il vettore \vec{R} è circa uguale sia a \vec{R}_1 che a \vec{R}_2

Capacità

- Come un recipiente è in grado di immagazzinare una certa quantità di liquido, così un conduttore può immagazzinare una certa quantità di carica elettrica
- Più carica elettrica c'è su una coppia conduttori più alta è la loro differenza di potenziale
- Se la differenza di potenziale supera una certa soglia tra i conduttori passa corrente (se in mezzo c'è l'aria) e si scaricano
- Una misura della possibilità di caricare una coppia di conduttori è la capacità $C = Q / V$
- Si misura in *Coulomb / Volt = Farad*

Capacità di un condensatore sferico

- Tra i due raggi

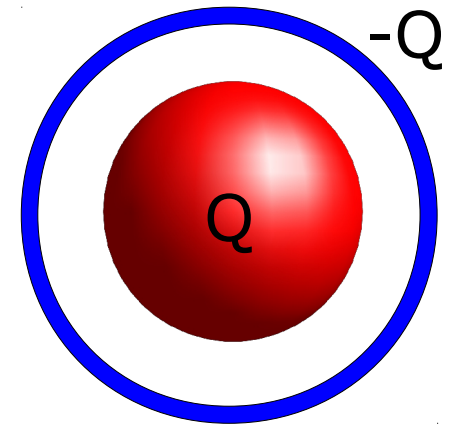
$$V(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} + c$$

- La ddp è quindi

$$\Delta V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

- E la capacità

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \right)$$



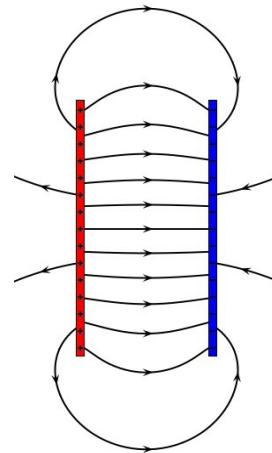
Condensatore piano

- Il campo elettrico all'interno ha modulo (nell'approssimazione del condensatore infinito)

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

- dove S è la superficie delle armature e Q la carica sulle armature.
- La capacità, se le armature sono a distanza d , vale

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$



Energia in un condensatore

- Per caricare un condensatore occorre spendere energia
- Questa energia sarà alla fine l'energia potenziale del condensatore
- Si trova che l'energia di un condensatore è data da

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V$$

- dove Q è la carica sul condensatore V la differenza di potenziale tra le armature e C la capacità

Esercizi

- Come è il potenziale su di un conduttore?
- Qual è la differenza di potenziale necessaria per incrementare l'energia cinetica di un nucleo di elio ($Q=2e$) di 65 KeV .
- Determinare il potenziale elettrostatico in un piano distante 15 cm da una carica puntiforme di $4 \mu\text{C}$.
- Le armature di un condensatore piano sono separate da uno strato di aria di 2.2 mm . Calcolare la loro area sapendo che la capacità vale 0.20 F .
- Quanta energia elettrostatica viene immagazzinata tra le armature quadrate di un condensatore piano, di lato 8 cm , separate da uno strato di aria di 1.5 mm ? La carica sulle armature è $420 \mu\text{C}$.