

# Moto rotatorio



- Ci allontaniamo dallo studio delle particelle puntiformi
- Un corpo fatto di particelle che mantengono inalterata la reciproca distanza è un corpo rigido
- Può non solo traslare, ma anche ruotare

# Grandezze angolari

- Radianti (già visti)
- Spostamento angolare  $\theta$
- Velocità angolare  $\omega = \Delta\theta / \Delta t$  (già vista)  $v = \omega r$
- Accelerazione angolare  $\alpha = \Delta\omega / \Delta t$
- Accelerazione  $a \neq \alpha r$  perché c'è l'accelerazione centripeta ma  $a_{tan} = \alpha r$
- Come è il moto con accelerazione angolare costante?

# Analogia tra traslazione e rotazione

spostamento	angolo
velocità	$\omega$
accelerazione	$\alpha$
forza	???
massa	???
Quantità di moto	???

# Come far ruotare un corpo

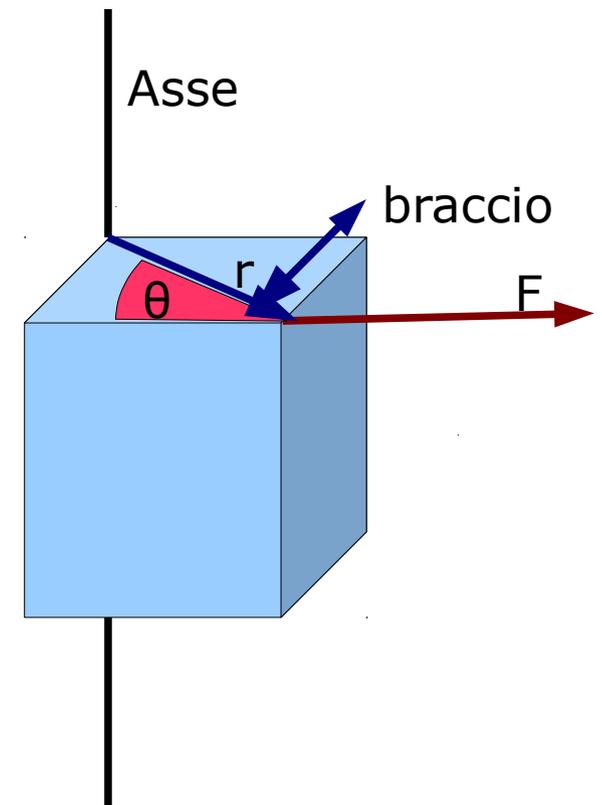
- Per fare ruotare di più un oggetto:
  - Uso una forza di modulo maggiore
  - Dirigo la forza perpendicolarmente all'asse di rotazione
  - Spingo il più lontano possibile dall'asse di rotazione (la porta dai cardini)
- La distanza dall'asse di rotazione è il braccio della forza

# Momento torcente

$$\tau = F b = F r \sin(\theta) = F_{\perp} r$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

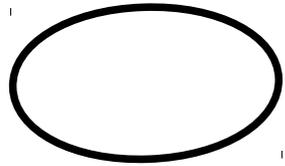
- L'accelerazione angolare è proporzionale a  $\tau$
- Se c'è più di un momento, conta il risultante
- Considero solo rotazioni con asse fisso, ma esistono forze che tendono a spostare l'asse



# Momento d'inerzia

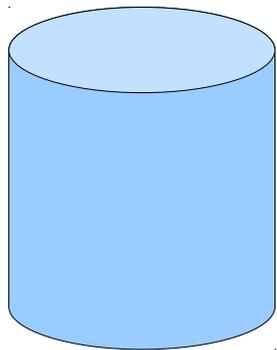
- Per una particella di massa  $m$  che gira attorno a un asse  $F \cdot R = m \cdot (\Delta v / \Delta t) \cdot R = m \cdot R^2 \cdot (\Delta \omega / \Delta t) = m \cdot R^2 \cdot \alpha$
- $m \cdot R^2$  è allora il momento d'inerzia del corpo
- Se ho due masse  $m_1$  e  $m_2$  con forze  $F_1$  e  $F_2$   
$$\tau = F_1 r_1 + F_2 r_2 = m_1 r_1^2 \alpha + m_2 r_2^2 \alpha = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) \alpha = I \alpha$$
- $I$  è il momento d'inerzia (analogo alla massa,  $\text{Kg} \cdot \text{m}^2$ ) e  $r$  è la distanza dell'oggetto di massa  $m$  dall'asse di rotazione
- Se ho più momenti la relazione vale per il momento risultante
- Il momento d'inerzia dipende dall'asse di rotazione

# Alcuni momenti d'inerzia



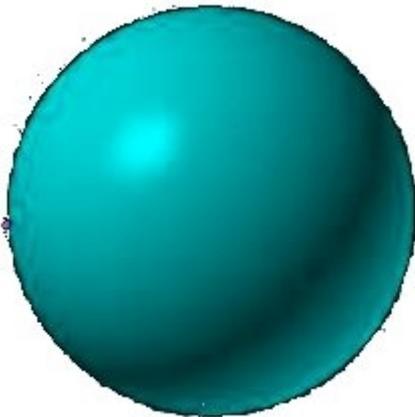
Anello sottile

$$M R^2$$



Cilindro

$$\frac{1}{2} M R^2$$



Sfera

$$\frac{2}{5} M R^2$$

# Energia cinetica rotazionale

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

- Conferma l'idea che  $I$  sia l'analogo della massa
- Se c'è sia traslazione che rotazione, compaiono entrambe le energie cinetiche

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i (\vec{v}_{CM} + \omega (\vec{r}_i - \vec{r}_{CM}))^2$$

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i (v_{CM}^2 + \omega^2 (\vec{r}_i - \vec{r}_{CM})^2 + 2 \omega \vec{v}_{CM} (\vec{r}_i - \vec{r}_{CM})) = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i v_{CM}^2 + \frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^N (\vec{r}_i - \vec{r}_{CM})^2 + 2 \omega \vec{v}_{CM} \sum_{i=1}^N (\vec{r}_i - \vec{r}_{CM})$$

$$K = \frac{1}{2} M_{tot} v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

# Energia cinetica rotazionale - II

- Se c'è sia traslazione che rotazione, compaiono entrambe le energie cinetiche
- Se lascio rotolare una sfera e un cilindro da un piano inclinato alla stessa altezza, chi arriva prima?
- Con che velocità arriva a Terra una sfera che rotola di massa  $M$  e raggio  $R$ ?

# Momento angolare

- $L = I\omega$  è il momento angolare
- Se  $\tau = I\alpha = I\Delta\omega/\Delta t = \Delta L/\Delta t$   
si ricava che  $L$  ha un ruolo analogo alla  
quantità di moto per le traslazioni
- Se il momento torcente è nullo il momento  
angolare si conserva, anche se  $I$  dovesse  
cambiare
- Esempi: forze centrali, ballerine e tuffatori,  
stelle di neutroni

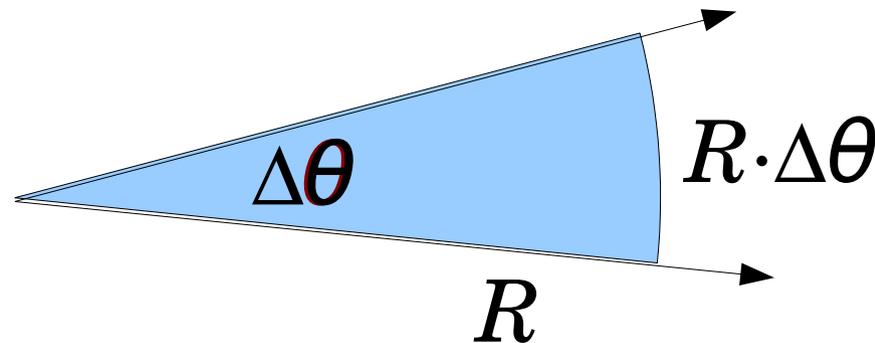
# Lavoro e potenza

- Se sposto di un tratto  $\Delta L$  un oggetto faccio un lavoro:

$$\Delta W = F \cdot \Delta L = F \cdot R \cdot \Delta \theta = \tau \cdot \Delta \theta$$

- La potenza è quindi:

$$P = \Delta W / \Delta t = \tau \cdot \Delta \theta / \Delta t = \tau \cdot \omega$$



# Problemi

Se mi alzo da sdraiato con le mani dietro la testa faccio più fatica che tenendo le mani davanti a me?

- Se la forza risultante è nulla, è zero anche il momento? E viceversa?
- Se un miliardo di persone si spostassero all'equatore, cambierebbe la lunghezza del giorno?
- Sono sul bordo di una piattaforma rotante. Cosa succede se mi muovo verso il centro?
- La mia valigia ha le rotelle. I miei libri li metto sempre lontani dalle rotelle, faccio bene?

# Esercizi

- Una giostra fa un giro in 4s. Calcolare la velocità di un bambino che si trova a 1.2 m dal centro
- Quale momento torcente può esercitare un ciclista di 55 Kg se si appoggia con tutto il suo peso sul pedale? Il pedale ruota su di una circonferenza di 17 cm di raggio
- Il rotore di una centrifuga ha  $I=3.75 \cdot 10^{-2} \text{ Kg m}^2$ . Che energia ci vuole per portarla da ferma a 8250 rpm?
- Se il sole collassasse in una nana bianca perdendo metà della sua massa e poco del suo momento angolare, e riducendosi all 1% del suo raggio attuale, quel sarebbe la sua  $\omega$ ? Il periodo di rotazione e' ora di circa 30 gg